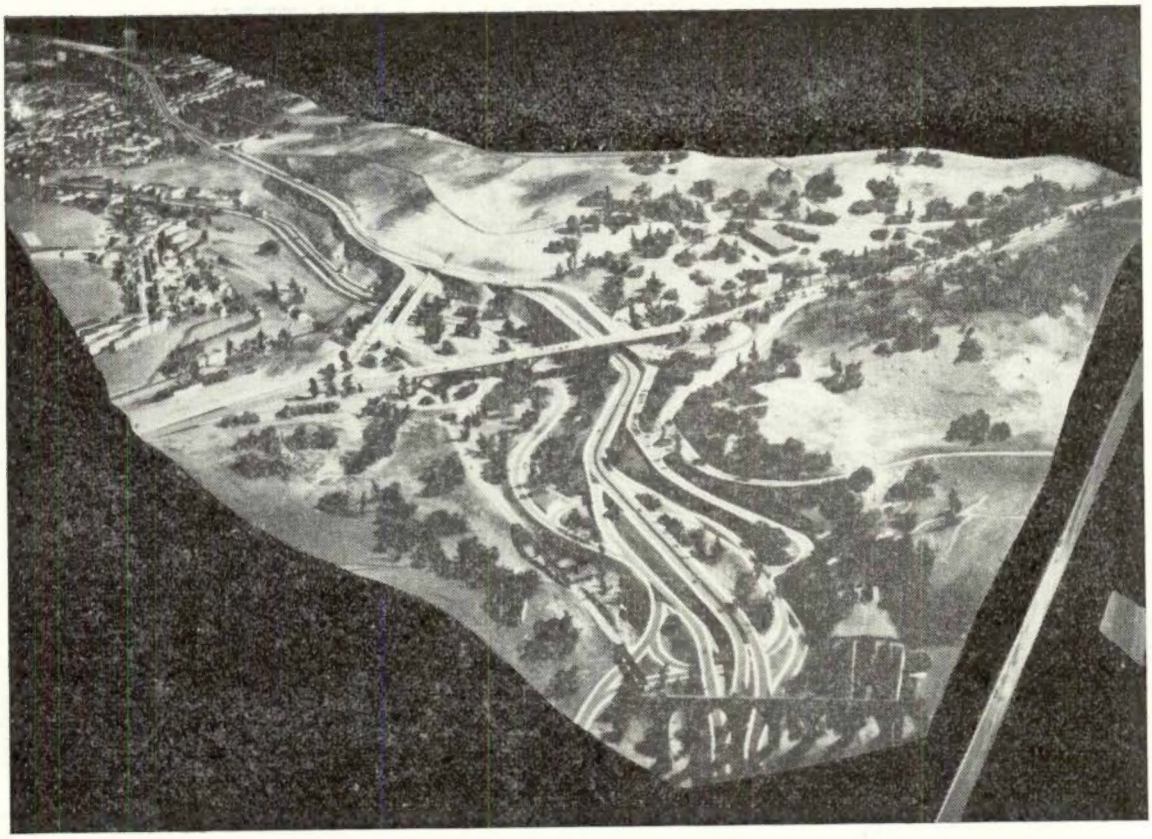


Fig. 5 — Acesso Norte à Ponte sobre o Tejo (maqueta)

Integrado nos estudos de tráfego então realizados, esse inquérito permitiu apurar a percentagem de tráfego da Ponte Marechal Carmona que virá a ser desviado para a nova Ponte (Fig. 6).

Outros exemplos a citar são o do projecto e espaçamento das vias de aceleração e abrandamento das várias entradas e saídas (fig. 5), cuja vantagem acaba de ser exposta. O seu dimensionamento, porém, teve de apoiar-se em dados empíricos obtidos da observação do funcionamento de convergências e divergências análogas, para diferentes condições dos parâmetros em jogo, isto é, velocidade, inclinação e volume. Importante também a organização do perfil transversal, que, graças a dupla faixa de rodagem, limitada por guias laterais reflectorizadas, estabilização de bermas, guardas de protecção em todos os aterros de altura superior a 3 m, vedação e iluminação da extensão total, constituirá, sem dúvida, uma bela auto-estrada que não receia confronto com as obras congéneres de qualquer país.

Finalmente, quero referir o dimensionamento da Praça da Portagem (fig. 7), ponto singular onde as correntes de tráfego são profundamente alteradas pela variação gradual da velocidade e pelas numerosas mudanças de via que os veículos realizam na busca de uma cabine livre.

Houve que dimensionar a largura da praça na linha das cabines, onde os veículos param durante o tempo necessário à cobrança, por forma a assegurar aí a mesma capacidade de escoamento. Em seguida foi necessário dimensionar a extensão das transições de divergência entre o perfil normal e o perfil alargado na linha das cabines e a extensão das transições de convergência entre a linha das cabines e novamente o perfil normal, por forma a garantir a possibilidade das mudanças de via sem afectar o volume ou a segurança.

Na fase actual das nossos conhecimentos, estes dimensionamentos tomaram apoio em dados

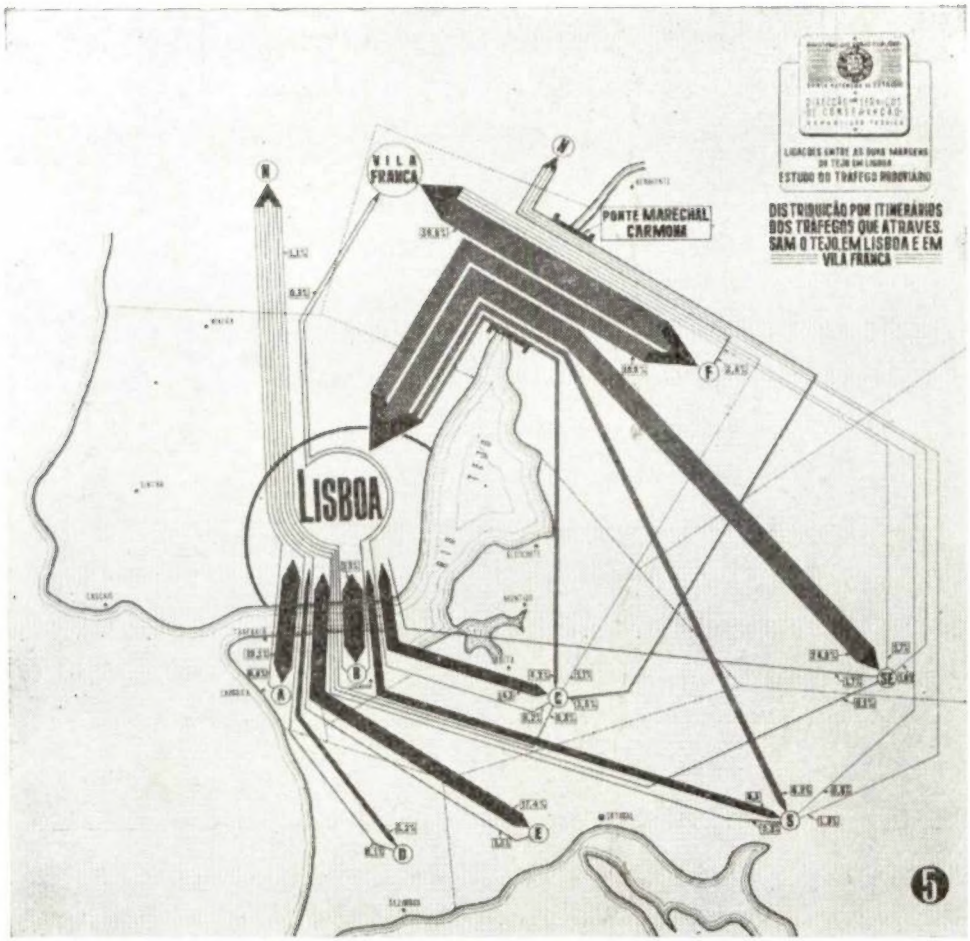


Fig. 6 — Estudo do tráfego rodoviário entre as duas margens do Tejo. Inquérito Origem-Destino Apuramento do tráfego desviado da Ponte Marechal Carmona

experimentais de outras praças de portagem existentes no mundo, sendo evidente nestes tipos de projecto a falta de estudos mais profundos que dispensem o recurso a elementos empíricos.

5 — PERSPECTIVAS

Continuando a nossa análise de algumas perspectivas para eliminar o carácter empírico das soluções dos problemas de tráfego e tentar o estabelecimento de uma teoria sobre correntes de tráfego rodoviário motorizado, vejamos um outro aspecto: como será possível adaptar a conhecida expressão do movimento uniforme $e = vt$ a uma corrente de tráfego?

Partamos das noções fundamentais:

V — volume — número de veículos por unidade de tempo
D — densidade — número de veículos por unidade de comprimento
v_m — velocidade média
e — espaçamento — distância entre os parachoques dianteiros dos veículos sucessivos
i — intervalo — tempo entre a passagem dos parachoques dianteiros dos veículos sucessivos.

Pode escrever-se $\dfrac{\text{veículos}}{\text{tempo}} = \dfrac{\text{veículos}}{\text{espaço}} \times \dfrac{\text{espaço}}{\text{tempo}}$

ou seja

$$\text{volume} = \text{densidade} \times \text{velocidade média}$$

$$V = D.\ v_m \tag{3}$$

ou também, se repararmos que o volume de tráfego é o inverso do intervalo médio e a densidade é o inverso do espaçamento médio:

$$\text{espaçamento} \simeq \text{intervalo} \times \text{velocidade média} \tag{4}$$

$$e = i.\ v_m$$

Estas fórmulas simples têm, no entanto, de ser revistas à luz das limitações básicas decorrentes da essência mesma do tráfego rodoviário, a que já fizemos referência. Assim: tanto a velocidade média como o volume dependem dessa característica fundamental das correntes de tráfego que é a densidade, qualquer deles diminuindo quando esta aumenta. Assim, a forma mais correcta de (3) será:

$$V\ (D) = D.\ v_m\ (D) \tag{5}$$

Por outro lado, das 3 grandezas em jogo, apenas a densidade admite um máximo teórico — que corresponde à hipótese de veículos encostados topo a topo.

É nesta situação que se obtém o máximo número de veículos por unidade de comprimento. Essa densidade máxima — D máx. — pode igualar-se ao inverso do comprimento de um veículo L^{-1}.

Quanto às outras duas grandezas — a velocidade e o volume — todos lhes reconhecemos máximos observados mas não é possível atribuir valores teóricos a esses máximos.

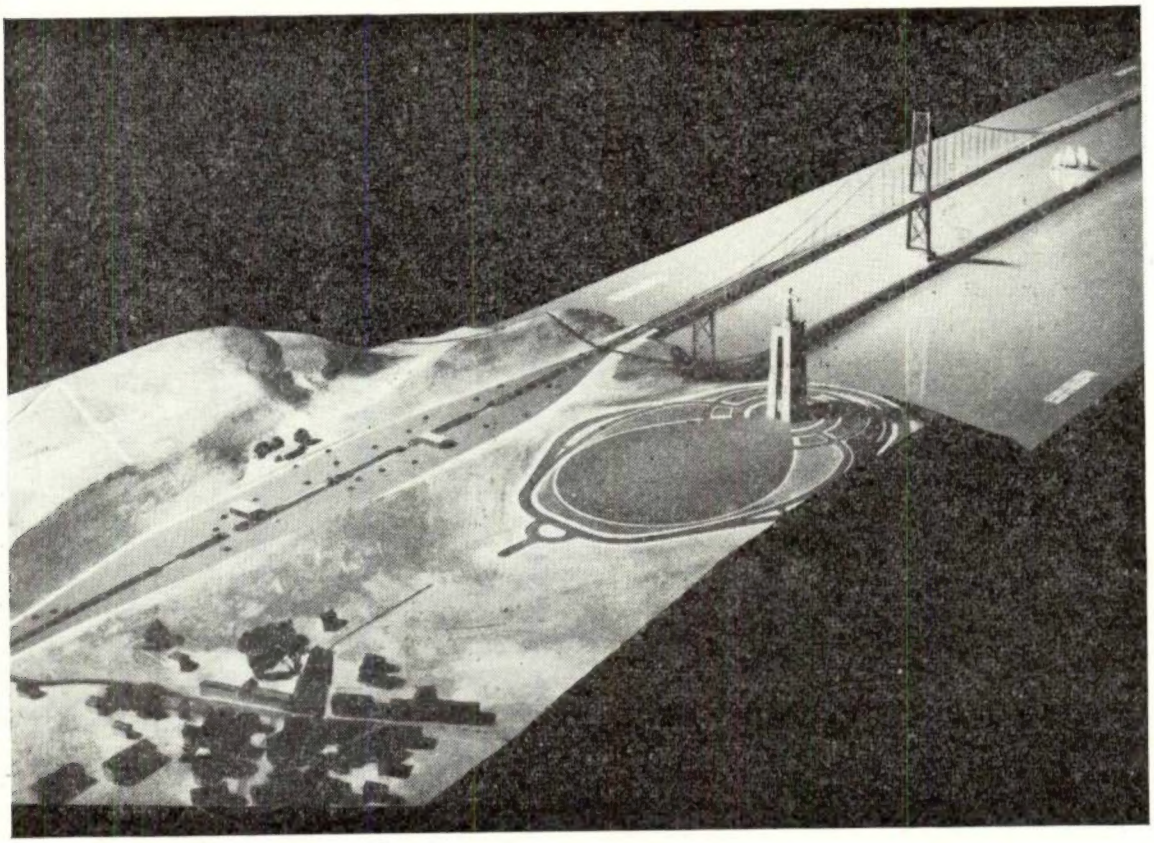


Fig. 7 — Praça de Portagem da Ponte sobre o Tejo (maqueta)

Quando muito, poderão admitir-se valores que se aproximem assintòticamente de máximos, para cada caso; assim:

Quanto à velocidade, pode considerar-se a velocidade máxima dos veículos correntes, ou, em casos especiais, o limite de velocidade imposto por regulamentação.

Pelo que respeita ao volume de tráfego, podemos pensar que a equação (5) é uma relação entre funções reais da noção base de densidade de tráfego e, portanto, em cada caso particular, deve existir um máximo valor observável do volume em função da densidade.

Este valor é o máximo número de veículos que a via pode escoar por unidade de tempo, reveste-se de extrema importância em projectos rodoviários e chama-se *capacidade de tráfego da via.*

5.1 — Diagrama fundamental do tráfego rodoviário.

Reflectindo-se sobre as relações entre volume, densidade e velocidade é evidente que para o máximo da densidade de que há pouco falámos, veículos encostados topo a topo — não há movimento e, portanto, o volume de tráfego é nulo: isto é, $V(D_{máx}) = 0$.

É também evidente que quando não há veículos ($D = 0$), também não há volume de tráfego $V(0) = 0$.

Entre estes 2 valores extremos existe uma determinada curva de variação da função $V = f(D)$ (fig. 8).

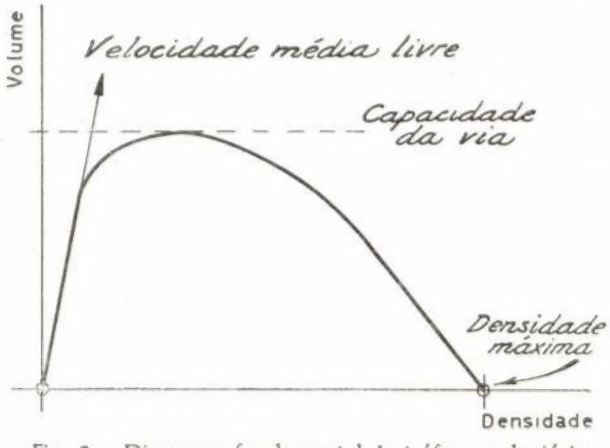


Fig. 8 — Diagrama fundamental do tráfego rodoviário

Este diagrama simples, ilustra algumas características do tráfego rodoviário, além de servir de verificação das teorias de tráfego. Ele constitui a primeira condição a que qualquer teoria de tráfego deve satisfazer para ser válida.

De aparência extremamente simples, este diagrama resulta de enorme complexidade, a qual reside, antes de mais, no seu carácter específico. Em boa verdade, existe um diagrama característico para cada ponto, para cada instante, para cada população de condutores, para cada condição da visibilidade. Ele é alterado pela chuva, pela hora do dia, pelo simples aparecimento de um carro da polícia.

Na medida em que é assim específico no tempo e no espaço, cresce a dificuldade de uma teorização das correntes de tráfego com âmbito geral.

É claro que pode sempre admitir-se que, numa determinada zona, a via é homógenea e está liberta desses condicionalismos. Para tal zona será possível caracterizar a via por um diagrama de tráfego. Em tal zona, poderá ter inteiro significado, por exemplo, a noção de *capacidade de tráfego.* Porém, no caso corrente, as condições variam de um trecho de estrada para outro e, por exemplo, a capacidade da estrada terá de ser a menor das suas capacidades pontuais, quer dizer, a capacidade de um troço de estrada será o menor de todos os máximos volumes de tráfego que, para cada secção, resultam das próprias características dessa secção.

Têm sido numerosas as tentativas para encontrar a equação da curva do diagrama fundamental. Se essa equação puder ser estabelecida, muitas questões importantes relacionadas com o tráfego e a capacidade se poderiam reduzir a uma simples determinação de parâmetros.

Poderá, mesmo, ser possível a quantificação numérica de uma estrada, relacionando as suas características geométricas mediante um parâmetro afecto a cada curva, cada rampa, etc., e estabelecendo mesmo, no conjunto, *uma constante da estrada,* que tome conta ainda de determinadas condições tais como a presença de peões, ciclistas, etc.

5.2 — Vejamos segundo que critérios o problema se tem encarado numa base teórica.

a — Um dos critérios adoptados é o critério puramente estátistico, admitindo as seguintes condições:

— os veículos circulam livremente, em distribuição natural de acaso mas a sua velocidade é constante;
— da inevitável interferência com outros veículos resulta uma velocidade média função da velocidade e da densidade da corrente.

Introduzindo ainda condições resultantes das características do tráfego, a saber:

— na ausência do tráfego, a velocidade é a velocidade média livre;
— num congestionamento todos os carros param;
— qualquer carro pode parar quando quiser;

o problema consiste em procurar equações que satisfaçam a estas condições. São exemplo de resultados obtidos:

$$\boxed{v_m = \frac{a\, v_0 \log (D_{máx.}/D)}{b \log (D_{máx.}/D) + a}} \qquad (6)$$

e

$$\boxed{v_m = \frac{a\,(D_{máx.} - D)}{b\, D_{máx.} + c\, D}} \qquad (7)$$

em que v_0 representa a velocidade média livre, isto é, sem influência de congestionamento.

b — Outro caminho que pode seguir-se para deduzir a curva do diagrama fundamental, não pela via puramente estatística, que não toma em conta a interacção dos veículos nem outras ideias rodoviárias, será a de encarar apenas 2 veículos duma determinada corrente e admitir que não podem ultrapassar-se.

Esta hipótese não é tão irreal como pode parecer, corresponde a 2 situações bastante comuns: de facto ela será significativa e válida para correntes de tráfego próximas da saturação ou para túneis, pontes e outros locais de ultrapassagem proibida.

Tentar exprimir por uma equação diferencial a forma como um carro segue outro e comparar o diagrama obtido com dados da observação directa, não tem, até à data, fornecido resultados muito satisfatórios, inclusive porque há quem defenda a ideia de que o diagrama de tráfego não é uma curva contínua mas antes é formada por 2 ramos, um correspondente ao regime de circulação livre e o segundo correspondente ao regime de circulação congestionada, com um ponto de discontinuidade cuja localização não está, aliás, definida.

Numa das orientações propostas segundo este critério admite-se que o espaçamento mínimo entre os carros é proporcional à velocidade.

Resulta a expressão

$$\boxed{V = a\left(1 - \frac{D}{D_{máx.}}\right)} \qquad (8)$$

Noutra tentativa, admite-se que o condutor tem uma determinada sensibilidade de resposta e que ela é inversamente proporcional ao espaçamento.

Resulta

$$\boxed{V = b\, D \log \frac{D_{máx.}}{D}} \qquad (9)$$

Numa terceira hipótese parte-se do princípio de que a sensibilidade de alerta é inversamente proporcional ao intervalo de tempo para o carro seguinte.

Segundo esta ideia, encontra-se

$$\boxed{V = v_0 \, D . e^{-cD}} \tag{10}$$

c — Outro caminho que tem sido adoptado é a analogia com um fluido compressível.

Admite-se a possibilidade de ondas de choque, de sentido contrário ao do movimento, o que parece válido em regime de congestionamento, e de velocidade $\frac{dV}{dD}$.

Diferenciando a equação base $V = Dv_m$, na hipótese de V e v_m dependerem apenas da densidade, obtém-se:

$$\frac{dV}{dD} = D \frac{dv_m}{dD} + v_m$$

Se se admitir que a velocidade da onda de choque é constante em relação com a velocidade, isto é:

$$\frac{dV}{dD} - v_m = 0$$

resultará, substituindo e integrando:

$$\boxed{v_m = a \log (D_{máx.}/D)} \tag{11}$$

expressão análoga a (9).

d — Vejamos finalmente as expressões que se têm obtido para a forma da curva com base apenas em observações experimentais, sem intervenção de quaisquer considerações teóricas.

Uma das expressões toma apoio na hipótese da linearidade da relação velocidade média — densidade de tráfego.

Neste caso obtém-se:

$$\boxed{V = Dv_0 \left(1 - \frac{D}{D_{máx.}}\right)} \tag{12}$$

Outra expressão é totalmente empírica e escreve-se:

$$\boxed{V = \frac{v_0 \, D \, (D_{máx.} - D)^{\frac{1}{2}}}{av_0 \, . \, D^2 + (D_{máx} - D)^{\frac{1}{2}}}} \tag{13}$$

5.3 — Analisando a consistência de qualquer uma destas expressões em face de reconhecidos conceitos teóricos das correntes de tráfego, tais como:

volume nulo para densidade nula e para densidade máxima
velocidade nula para densidade máxima

conclui-se que parte delas não satisfaz.

Por outro lado, ao procurar o máximo de volume — que deve existir por virtude das próprias limitações físicas do sistema — ao procurar $\frac{dV}{dD} = 0$, encontram-se resultados inconsistentes.

Assim, na equação (6) o volume máximo verifica-se para 54 % da saturação e nas equações (9) e (11), respectivamente para 37 e 50 % o que é apriorìsticamente irreal.

É que as equações (6), (9), (11), são totalmente independentes das características da estrada, não atendem de nenhuma forma à orografia, nem aos alinhamentos curvos, nem à hora do dia, nem ao perfil transversal.

Na equação (10) para $\frac{dV}{dD} = 0$, conclui-se que a velocidade média da corrente de tráfego é 37 % da velocidade a que corresponde o máximo volume. Esta conclusão já contém, implícita, a consideração das características das vias porquanto, felizmente, cada condutor, ao fixar a velocidade média faz a sua própria avaliação dos parâmetros rodoviários em presença.

De qualquer maneira reflecte-se o atrazo em que se encontra a teoria rodoviária, na medida em que mesmo este modesto propósito de encontrar a forma da curva aparece ainda extremamente difícil.

6 — CONCLUSÃO

Não devo alongar mais esta fastidiosa exibição de fórmulas.

Antes, porém, de terminar permiti que me antecipe a responder a uma pergunta que adivinho estar nascendo em alguns dos que tiveram a paciência de vir aqui.

Dir-me-ão: qual é, afinal, o interesse objectivo dessa curva, desse diagrama fundamental do tráfego?

Responderei: entre outros, o de determinar o valor da capacidade das vias, indispensável ao dimensionamento, ao projecto de qualquer obra rodoviária.

Contestarão: mas é do conhecimento geral que a capacidade de uma via é de 1500 vph.

Ora é exactamente o empirismo que este número representa que impõe o estudo daquele diagrama. Na verdade, não é correcto dizer que a capacidade de uma via é de 1500 vph ou 1000 vph. Em primeiro lugar, a própria noção de capacidade é tão pouco clara que é frequente afectá-la de um certo número de qualificações, cada uma correspondendo a um determinado ponto de vista: assim fala-se da capacidade básica, possível, prática, de projecto, actual, real, efectiva-nominal, inerente, potencial e várias outras.

Na fase actual dos nossos conhecimentos estas diferentes capacidades resultam da aplicação de coeficientes empíricos.

A determinação de máximos que há pouco vimos fornece resultados inconsistentes.

Esboça-se uma tendência para a criação de uma «dinâmica do tráfego» que abrange várias das hipóteses anteriores, que está em fase de desenvolvimento.

Sugere-se que o diagrama seja encarado tri-dimensionalmente, nas coordenadas volume, densidade, velocidade.

Quando recebi o vosso convite comecei por pensar em expor, descritivamente, algumas técnicas já estabelecidas para problemas concretos de todos os dias; pensei também em fazer um apanhado geral do papel da engenharia de tráfego. Mas acabei por decidir-me, ao falar hoje aqui perante esta audiência de futuros engenheiros, ao falar para vós, para quem a escolha de uma especialidade vai, em breve, constituir uma preocupação, acabei por decidir-me a semear na vossa atenção este campo de investigação extremamente fecundo, podemos dizer incipiente na medida em que as teorias de tráfego se classificam ainda entre as menos desenvolvidas no espaço da engenharia, campo que se oferece e desafia a nossa competência, que pode eventualmente constituir uma carreira, com todo o atractivo dos ramos novos do saber e, do mesmo passo, oferecendo uma actualidade efervescente, pela sua imediata aplicação e contribuição para o bem estar social.

BIBLIOGRAFIA

1 — Matson, Smith e Hurd — «Traffic Engineering», McGraw-Hill Book Company, Inc., N. Y., 1955.

2 — Frank A. Haight — «Mathematical Theories of Traffic Flow», Academic Press, New York — 1963.

3 — Bruce Douglas Greenshields e Frank Mark Weida, «Statistics With Applications to Highway Traffic Analyses» — The Eno Foundation — Saugatuck, Conn., 1952.

4 — Highway Capacity Manual — U. S. Government Printing Office, Washington, 1950.

5 — Berry D. S. e Van Til, C. J. — A Comparison of Three Methods for Measuring Delay at Intersections. «Traffic Engineering» — 25-93-99-Dec. 1954.

6 — Berry, D. S. e Belmont, D. M. — Distribution of Vehicle Speeds and Travel Times. «Proceedings of the 2nd Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability» — 589-602 — University of California Press, Berkeley, 1951.

7 — Gerloug, D. L., The Use of the Poisson Distribution in Highway Traffic. In «Poisson and Traffic», pág 1-58, D. L. Gerlough e A. Schuhl, Eno Foundation, Saugatuck, Conn, 1955.

8 — Moniz, J. E. A. C. Canto, «Estudo do Tráfego Rodoviário para a ligação entre as duas margens do Tejo em Lisboa» — Ministério das Obras Públicas, 1957.

SUMMARY

After describing the empirical and restrictive nature of the first steps of traffic engineering and its adaptation efforts to the urbanistic structures inherited from the past, some possibilities on the establishment of a mathematical theory of road traffic that withstand the future evolution of this science and support the road planning in and outside the urban centers, are presented.

According to this an application of Poisson's statistical law, is firstly presented, as a theoretical rule of the natural distribution of the vehicles in a traffic stream. Then a Fundamental Diagram of the Road Traffic is presented and are exposed some equations which have been deduced for the respective curve.

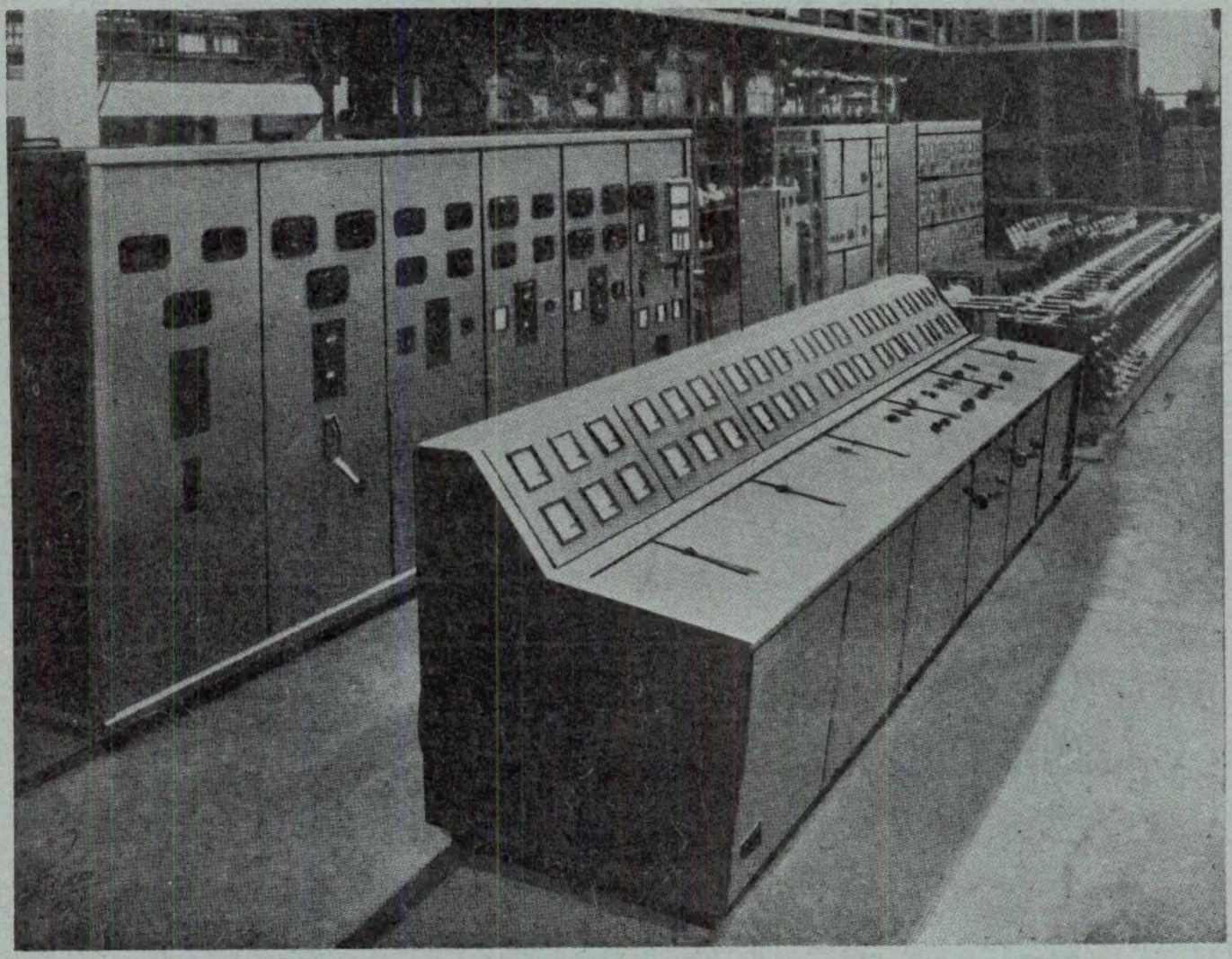
JAYME DA COSTA, L^DA

MECÂNICA E ELECTRICIDADE EM TODAS AS APLICAÇÕES

PORTO
Praça da Batalha, 12
Telef. 2 28 12 (PPC)

LISBOA
Rua dos Correeiros, 14
Telef. 32 70 35 (PPC)

LUANDA
Cx. Postal 5174
Telef. 4743

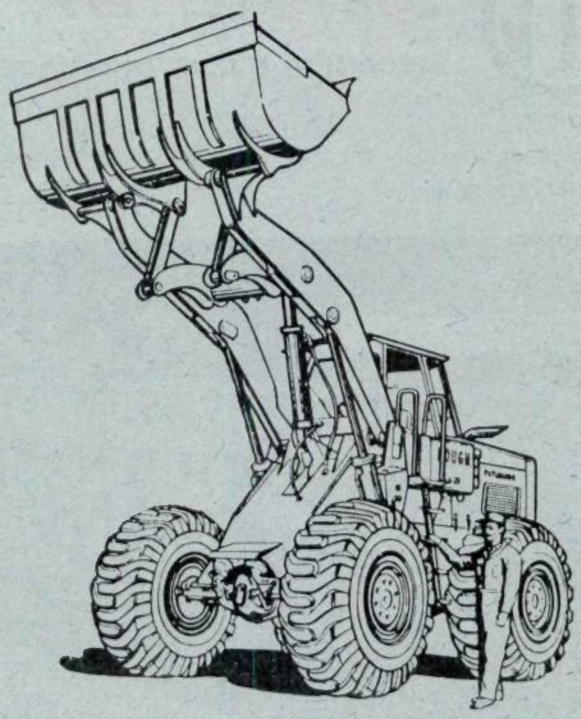


Material fabricado nas nossas oficinas, pronto para expedição

- Fabricação de aparelhagem eléctrica de alta e baixa tensão
- Equipamentos electromecânicos completos para centrais e fábricas
- Postos de transformação tipo monobloco
- Quadros blindados, capsulados e em armário
- Armaduras de iluminação de todos os tipos
- Contadores eléctricos e instrumentos de medida
- Telemedida e telecomando
- Instalações elevatórias de água
- Instalações de saneamento e esgotos
- Ferramentas de corte
- Motores Diesel industriais e marítimos
- Fogões eléctricos
- Frigoríficos
- Ventilação e condicionamento de ar
- Aparelhagem de Raios X e electromedicina

INTERNATIONAL HARVESTER

para
equipamento
de
construção



Consulte a Secção Industrial de

FASSIO, Lda.

20, Rua Jardim do Regedor, 32

Tel. 361902 LISBOA 2

Empresa Ultramarina de Sondagens e Fundações, L.da

(SONDADORA)

SONDAGENS geológicas e geotécnicas — CAPTAÇÕES de águas subterrâneas — REBAIXAMENTOS do nível freático — CONSOLIDAÇÕES E ESTABILIZAÇÃO do solo — INJECÇÕES DE CIMENTO e outros produtos — INFRAESTRUTURAS de barragens, túneis e pontes — FUNDAÇÕES de todos os tipos

Única Empresa da especialidade com sede no Ultramar Português

DELEGAÇÃO - LISBOA
R.S.Pedro de Alcântara, 1
Tel. 32 46 93 e 21 32 56

SEDE - LUANDA
Rua Serpa Pinto, 60
C.P.2178 - Tel.4226

MOÇAMBIQUE
L.Marques - C.P.982 - Tel.741121
Beira - C.P. 1002 - Tel. 71497

C. D. U. 621.311. (1—77): 338.91

PLANEAMENTO ENERGÉTICO EM REGIÕES DE DESENVOLVIMENTO INCIPIENTE

PELO PROF. ALBERTO ABECASIS MANZANARES

Solicitou-me a Comissão Organizadora da 2.ª Semana do Curso de Engenharia Civil que, para encerramento das manifestações correspondentes, proferisse uma conferência ou palestra com referência a um tema que pudesse ser considerado como de preparação complementar. Em face do pedido, a que muito gostosamente acedi, cumprindo, de resto, a minha obrigação, julguei que seria preferível proferir não uma conferência mas sim uma lição que pudesse ser considerada como complementar de alguns dos temas que são ensinados nas cadeiras que estão a meu cargo, ou como introdutória a um pequeno curso de pós-graduação.

Em relação à escolha do tema a Comissão, muito gentilmente, deixou-me plena liberdade e não querendo eu utilizar plenamente tal liberdade permiti-me sugerir três ou quatro temas diferentes sobre os quais poderia incidir a escolha definitiva. Ocupar-se-á, assim, esta lição do «Planeamento Energético em Regiões de Desenvolvimento Incipiente».

Considerei o tema escolhido como de interesse complementar em relação às cadeiras de Aproveitamentos Hidroeléctricos ministradas nos 5.os anos dos cursos de engenharia civil e electrotécnica, e consequentemente, serão aqueles que já frequentaram as referidas cadeiras que estarão em posição de melhor compreenderem aquilo que se vai expor; pensei, contudo, que deveria esforçar-me no sentido de tornar o tema acessível a grande parte dos alunos que não estejam naquelas condições e, ainda, aos ouvintes porventura não embrenhados nestes assuntos. Isto tira nível e especialização ao assunto, mas dá-lhe um maior carácter de generalidade.

O tema escolhido não é simples, pelo contrário é, até, dos mais complexos e poderia ser considerado como lição introdutória a uma cadeira de especialização, com o mesmo título, que permitisse aprofundar os diversos aspectos a encarar no âmbito do planeamento energético com referência especial às regiões subdesenvolvidas ou com desenvolvimento incipiente, planeamento que apresenta, sem dúvida, peculiaridades nìtidamente características.

A dificuldade do tema resulta, principalmente, da interferência cada vez maior que neste campo existe entre a técnica e a economia. Em poucos campos, efectivamente, será mais difícil separar o técnico do económico do que no correspondente ao planeamento energético; e esta dificuldade de destrinça prevalece, ainda, quando se trata de regiões subdesenvolvidas. Porém, a própria dificuldade do tema faz com que que valha a pena, embora com ideias pessoais e porventura erradas, exprimir opinião sobre alguns dos seus aspectos.

O interesse económico e a rentabilidade de qualquer empreendimento são factores fundamentais para decidir da efectivação ou não do investimento correspondente. Este aspecto, de importância primordial quando se trata de investir capitais privados, mesmo em países ou regiões em que eles abundam, muito mais importante se torna quando o empreendimento implica, directa ou indirectamente, a aplicação de capitais do Estado, assumindo um aspecto muito mais delicado quando há carência de tais capitais. Neste caso o emprego indevido de capitais públicos em empreendimentos pouco produtivos, ou econòmicamente pouco fundamentados, constitui um autêntico crime, embora muitas vezes fique impune e mesmo algumas glorificado.

Feitas as considerações anteriores, de aplicação imediata no campo do planeamento energético, em especial em regiões de desenvolvimento incipiente, é possível avançar na nossa exposição.

O consumo de energia em regiões de desenvolvimento incipiente, e estou neste momento a pensar nas nossas províncias ultramarinas da Guiné, Angola ou Moçambique, apresenta aspectos nìtidamente peculiares. Como se sabe, excluindo pequenas zonas, circunscritas a cidades duma certa importância e sua vizinhança imediata, é possível afirmar que o consumo de energia nas referidas regiões apresenta cinco características que o tornam peculiar: dispersão, fracas potências absorvidas, elevadas capitações em relação à população evoluída, fraco número de horas de utilização e, apesar de tudo isto, elemento fundamental do desenvolvimento acelerado. A dispersão dos centros de consumo é muita acentuada; as distâncias entre eles são elevadas; os consumos são muito localizados e mesmo que eles possam atingir em localidades restritas, como pequenas cidades ou núcleos de povoamento intensivo, valores apreciáveis, as distâncias entre estas localidades ou núcleos é da ordem das várias dezenas ou mesmo centenas de quilómetros. Os consumos totais, e consequentemente as potências absorvidas, são fracos, consequência da própria incipiência do desenvolvimento. O número de horas de utilização da ponta é muito baixo, em muitos casos da ordem das 2000 ou 2500 horas. As capitações porém, desde que haja possibilidade de aquisição de energia a preço não incomportável, quando referidas à população evoluída, apresentam valores superiores aos verificados em países em grau muito mais avançado de desenvolvimento. Como as estatísticas indicam, não é raro encontrar capitações da ordem dos 2000 ou mais kWh por habitante evoluído.

No problema do planeamento energético existe, ainda, um círculo vicioso: sem energia não há desenvolvimento acelerado e sem desenvolvimento acelerado não há consumo de energia; a disponibilidade de energia tem de caminhar à frente, mas é necessário que esse caminho seja seguido com o máximo cuidado, procurando evitar qualquer desperdício.

Quais serão, então, as etapas do caminho a seguir quando se trata de planear o fornecimento de energia para uma região nestas condições? Duas hipóteses se podem desde logo encarar: a existência ou a não existência de um possível polo de desenvolvimento económico.

Se existir um possível polo de desenvolvimento económico que justifique a instalação duma central produtora de energia de relativa importância, o problema fica relegado ao estudo da possibilidade ou conveniência da instalação duma rede de transporte e distribuição dominando uma zona de influência, mais ou menos extensa, daquela central. No caso de não existência de tal polo de desenvolvimento, o problema tem de ser encarado desde a fase da produção.

Mesmo no caso da possível existência dum polo de desenvolvimento económico será necessário, ainda, considerar duas variantes. Tal polo de desenvolvimento económico poderá ser, ou não, consequência da possibilidade de fornecimento de energia em grande quantidade e a baixo preço. O caso afirmativo corresponde, por exemplo, à instalação de indústrias do tipo electrometalúrgico, ou electroquímico, que por si próprias justificam a existência dum centro produtor importante. Em caso contrário o polo de desenvolvimento será de tipo tal que não careça, intrìnsecamente, de energia eléctrica como factor motriz do desenvolvimento; o seu consumo será consequência do desenvolvimento em si e não causa do mesmo.

Esquematizado muito ràpidamente o problema das características do consumo nas regiões em causa, convém fazer incidir a nossa atenção sobre as possíveis fontes de energia. É evidente que estas não podem fugir ao trinómio clássico; a energia poderá ser de origem hídrica ou produzida em centrais térmicas clássicas ou em centrais nucleares. Convém acentuar que também é possível falar de centrais nucleares em regiões subdesenvolvidas, embora à primeira vista possa parecer que elas não têm cabimento.

Já todos nós sabemos quais as características técnico-económicas dos sistemas produtores baseados naquelas três origens de energia. É possível contudo fazer uma rápida recapitulação.

As centrais térmicas apresentam encargos de primeira instalação mais reduzidos do que os outros tipos de centrais — com eventual excepção de alguns fios de água económicos —; podem ser localizadas onde melhor convier; os seus encargos fixos por kW instalado são da mesma ordem de grandeza, ou superiores, aos encargos fixos duma central hídrica; a tais encargos fixos é necessário

acrescentar os encargos de combustível, muito variáveis conforme as condições económicas da região. São centrais cuja economia varia na razão inversa do número de horas de utilização, o que significa que, sempre que possível, deverão ocupar a base do diagrama de cargas.

As centrais nucleares apresentam sob alguns aspectos — investimentos e exploração — características análogas, ainda mais acentuadas, às das centrais térmicas clássicas. Os seus encargos de primeira instalação são bastante superiores aos daquelas. Condições tecnológicas e económicas aconselham a que o seu número de horas de utilização seja o mais elevado possível; o encargo de combustível parece ser acentuadamente menor do que no caso das centrais térmicas clássicas.

As instalações hidroeléctricas, com custos de instalação intermédio entre os das centrais térmicas clássicas e os das nucleares — menores para os fios de água, tanto maiores quanto maior for a regularização obtida — utilizam uma matéria prima gratuita, mas cuja ocorrência não representa uma certeza, antes uma probabilidade; além disso elas devem ser instaladas onde existam as possibilidades naturais.

Retomemos o exame do caso da previsão de um polo de desenvolvimento que exija como condição indispensável a abundância de energia eléctrica de baixo custo. Em regra, — para não se ser extremista e não se afirmar sempre — a instalação dum polo de desenvolvimento com base na energia exije que esta seja de origem hídrica, produzida a preços suficientemente reduzidos e compatíveis com a indústria que a vai consumir. É fundamental, portanto, que além de existirem as condições que tornam propícia a instalação da indústria — matérias-primas e transportes, p. ex. — o preço do kWh produzido seja compatível com aquele que pode ser pago pela indústria a instalar. Um erro de previsão pode implicar o dispêndio de quantias muito elevadas, que se podem traduzir em pura perda se o custo do kWh não resultar compatível com aquele que a indústria prevista poderá pagar. Neste caso só restará o recurso de não remunerar os capitais imobilizados, e melhor aplicação poderiam ter tido, ou de, através de subvenções estatais, directas ou indirectas, baixar artificialmente o custo da produção até o tornar compatível com a economia da indústria, o que se traduz, evidentemente, num financiamento público gratuito a uma indústria privada, que algumas vezes pode nem ser nacional.

Verifica-se, consequentemente, que o problema se reduz ao exame do custo duma instalação hidroeléctrica. Ou ele é suficientemente baixo e compatível com as necessidades do polo de desenvolvimento ou este não será viável, pelo menos em economia pura.

Suponhamos que o polo de desenvolvimento não teve como base a possibilidade de fornecimento de energia eléctrica a baixo custo, tendo sido originado por outras circunstâncias: uma região potencialmente rica para a produção agrícola, indústrias não grandes consumidoras de energia de possível instalação, exploração de minérios destinados à exportação em volumes apreciáveis, ou casos semelhantes. Neste caso o problema não é de condição necessária e suficiente: trata-se, de obter a energia de que se carece nas condições mais económicas possíveis, para esta passar a ser, por sua vez, factor acelerador do desenvolvimento. Trata-se, portanto, ainda, de um problema de custo de energia. Esse problema pode existir por exemplo — e o caso será típico — na ocupação, normalmente concentrada, de regiões de elevado potencial agrícola, em que a agricultura só poderá ser viável, seja-me perdoado o paradoxo, desde que deixe de ser agricultura e passe a trabalhar em ritmo industrial. Tratar-se-á de uma região de consumos não muito dispersos, em que a electrificação será factor fundamental de bem estar e de progresso da comunidade ali instalada.

Examinemos agora o problema, mais complicado, da não existência de qualquer polo de desenvolvimento e, portanto, de uma vasta região com consumos de energia reduzidos e dispersos, mas em que esta é elemento fundamental do desenvolvimento acelerado. Neste caso parece razoável supor que só raras vezes o fornecimento de energia de origem hídrica constituirá a solução a adoptar inicialmente. Efectivamente os encargos de transporte serão, provàvelmente, de tal ordem que tornem inaceitável a economia dum fornecimento de origem hídrica quando comparada com a resultante da adopção de origens energéticas diferentes.

A afirmação anterior não pode, contudo, ser tomada em sentido absoluto visto depender duma comparação económica devidamente equacionada.

Haverá possibilidade de um aproveitamento hidroeléctrico único, situado aproximadamente no

centro de gravidade da zona a abastecer, tal, que o custo da energia, já onerado com os encargos de transporte, não se torne incompatível? Será de esperar, embora na fase actual isso se não verifique, um acréscimo dos consumos em prazo relativamente curto, de tal forma que compense o estabelecimento das redes de transporte e distribuição? Convirá considerar, pelo contrário, uma série de pequenas centrais térmicas junto dos principais núcleos de consumo, deixando os outros abandonados à sua sorte, de forma a fazer progredir, embora a ritmo mais lento, os referidos consumos até atingir nível em que a primeira solução seja viável? Tratar-se-á duma zona isolada, sem possibilidades naturais de produção de origem hídrica, com custos de combustível fortemente onerados pelos transportes mas em que — como por exemplo nalgumas explorações mineiras — o número de horas de utilização da potência instalada possa ser ser bastante elevado?

Cada caso terá a sua solução apropriada, sendo, porém, impossível decidir qual a mais aconselhável se não existir um conhecimento científico da região, nos aspectos relacionados com o problema em causa, suficientemente aprofundado, dado que a escolha daquela solução terá de se basear no exame cuidadoso da inventariação económica da região sob este ponto de vista.

Será assim necessário:

1.º — Prever a evolução da ocupação humana e económica da região e, como consequência, dos consumos de energia.

Perante uma dada região de desenvolvimento incipiente, que se torna necessário electrificar, é fundamental avaliar a evolução, a prazo não excessivamente curto, da ocupação humana nela prevista e consequentemente dos consumos que poderão vir a verificar-se. Tal previsão, porém, é indissociável das potencialidades económicas da região, visto serem elas que irão condicionar aquela ocupação e a evolução daqueles consumos. Este estudo não deverá esquecer o exame do possível aparecimento, em futuro mais ou menos próximo, de polos de desenvolvimento e, consequentemente, de consumo.

2.º — Proceder ao exame das condições de obtenção e custo de combustíveis, líquidos, sólidos ou gasosos, sendo necessário averiguar se existem na região, já explorados ou por explorar, assim como os seus custos actuais ou possíveis, quer à boca dos jazigos, quer nos locais de consumo, depois de onerados com despesas de transporte, ou, tendo de ser importados, qual o seu preço de aquisição nestes últimos locais. (1)

3.º — Efectuar o inventário hidrológico e, consequentemente, o estudo do potencial hidroenergético, de acordo com as regras clássicas do planeamento hidroeléctrico. Sob este aspecto é necessário acentuar que só a ocupação hidrológica pode fornecer base séria àqueles inventário e planeamento, ocupação hidrológica que, dado o carácter estatístico da ocorrência dos fenómenos hidrológicos, convém que seja o mais longa possível. Isto permitirá anteprojectar os primeiros aproveitamentos a encarar em face da economia geral da região, não esquecendo que o custo dum aproveitamento hidroeléctrico só é, efectivamente, conhecido, depois de definidos todos os seus condicionamentos, em especial aqueles de origem hídrica e geotécnica. O esquecimento desta circunstância leva, às vezes, a desacreditar a produção de energia de origem hídrica, atribuindo-lhe falhas de que ela não é culpada.

As considerações anteriores foram feitas no intuito de provar que, mesmo que não pareça ser de interesse imediato, é indispensável a inventariação económica e hidrológica anteriormente referida, de forma a, quando surgir a necessidade de optar por uma dada origem de produção de energia, tal escolha poder ser feita com bases sérias e conduzindo à solução econòmicamente mais aconselhável.

Talvez seja possível, agora, exprimir opinião sobre alguns casos típicos de planeamento:

---

(1) Sobre este aspecto os Serviços Autónomos de Electricidade de Moçambique apresentam no «Relatório e Estatística» de 1963, um estudo com muito interesse.

1.º — Não se deverá nunca projectar um polo de desenvolvimento económico baseado na produção de energia eléctrica — que em tal caso deverá ser quase inevitàvelmente de origem hídrica — sem primeiro se ter aprofundado a estudo do aproveitamento capaz de a fo'necer, concluindo-se que os custos do kWh por ele produzido são compatíveis com as possibilidades da indústria que se pretende instalar.

2.º — Polo de desenvolvimento não baseado na produção de energia eléctrica, mas sim noutros recursos económicos, como, por exemplo, uma importante exploração mineira, em que o número de horas de utilização da energia eléctrica consumida seja relativamente elevado, em regiões sem recursos hidroeléctricos garantidos e em que a carência de combustíveis onere o seu custo com fortes encargos de transporte. Nestas condições convirá examinar cuidadosamente a hipótese de instalação de pequena central nuclear.

3.º — Região abrangendo alguns centros dispersos de consumo, em desenvolvimento incipiente, sem perspectivas de consumos especiais, dispondo de combustíveis líquidos ou sólidos a custo não muito elevado e com possibilidade de execução de aproveitamentos hidroeléctricos relativamente económicos, do tipo de fio de água ou com pequena regularização para ano seco. Parecerá aconselhável iniciar a electrificação por pequenas centrais térmicas, localizadas nos principais centros de consumo, examinando a altura econòmicamente mais oportuna de execução dum aproveitamento hidroeléctrico, que convirá ser explorado em conjugação com as centrais térmicas já existentes, conduzindo assim a uma minimização dos encargos de investimento e dos custos do kWh.

Vários outros casos poderiam ser examinados, dentro do contexto geral indicado, assim como muitas questões poderiam ser desenvolvidas, tais como:

Problemas de ocupação e inventariação hidrológica.
Normas de economia de possível aplicação nas redes de transporte.
Revisão dos critérios de segurança e garantia, tanto na produção como no transporte e distribuição.
Problemas de reserva, tendo em conta o funcionamento isolado das centrais.
Utilização múltipla de aproveitamentos.

e muitas outras, peculiares às regiões com desenvolvimento incipiente.

Falta-nos, porém, a todos, o tempo; a mim, a ciência e a vós, a paciência para continuarmos este arrazoado.

Lisboa, 13-3-965

COORDENAÇÃO DE OBRAS EM GRANDES CONJUNTOS RESIDENCIAIS

Por motivos alheios à comissão organizadora da II Semana de Curso de Engenharia Civil e à «Técnica» não é possível apresentar o texto desta conferência.

CONFERÊNCIA INTERNACIONAL SOBRE A PRODUÇÃO TERMO-IÓNICA DE ENERGIA ELÉCTRICA

LONDRES, 20-24 DE SETEMBRO DE 1965

A Comissão do Programa da Conferência Internacional Sobre a Produção Termo-iónica de Energia Eléctrica, que será organizada em Londres, em Setembro próximo, pela Institution of Electrical Engineers, sob os auspícios da Agência Europeia para a Energia Nuclear da OCDE, aprovou a seguinte lista de temas para a conferência:

- Características do conversor (por exemplo, duração de vida, características de saída).
- Considerações teóricas.
- Fenómenos observados à superfície.
- Técnicas e diagnósticos de medida (termometria, espectros ópticos, calorimetria e sondas).
- Estudos com reactores.
- Materiais de construção (por exemplo, combustíveis nucleares, materiais constituintes do emissor e colector, problemas de isolamento e corrosão).
- Aplicações (reactor nuclear, aquecimento por energia solar, por rádio-isótopos e por combustão.
- Realizações recentes (condução de calor e injecção iónica).

A conferência versará sobre as últimas realizações científicas e técnicas respeitando os processos de conversão termo-iónica aplicados em todo o mundo. Estão desde já asseguradas comunicações sobre os trabalhos efectuados nos centros de investigação dos Estados Unidos, Inglaterra, França, Alemanha (R. F.) e Eurátomo.

Toda a correspondência deve ser dirigida para:

Institution of Electrical Engineers
Savoy Place
LONDON W. C. 2

PRIMEIRA EXPOSIÇÃO MUNDIAL DE COMUNICAÇÕES E TRANSPORTES

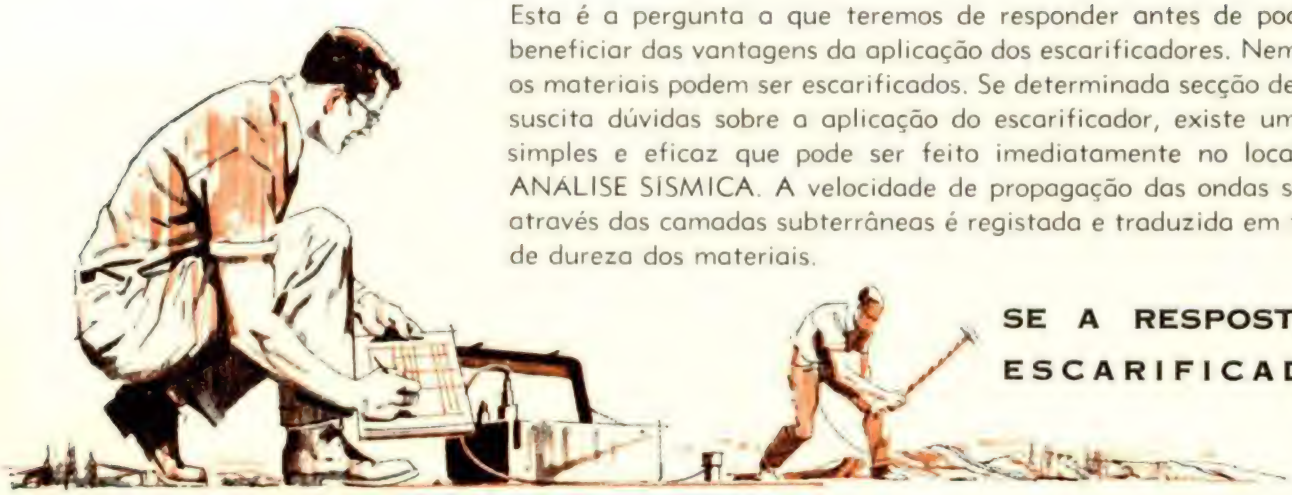
Realiza-se em Munique, de 25 de Junho a 3 de Outubro de 1965.

Pedido de informações para a

Câmara de Comércio Alemã em Portugal
Av. Elias Garcia, 123, 4.º
LISBOA

EXPLOSIVOS OU ESCARIFICADOR?

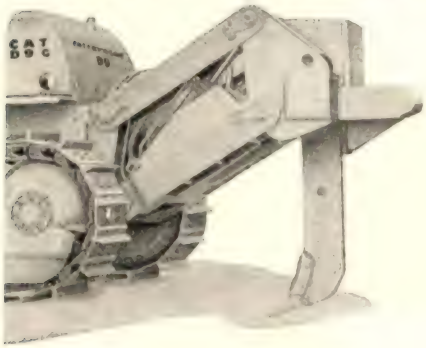
O ESCARIFICADOR PODE SER USADO?



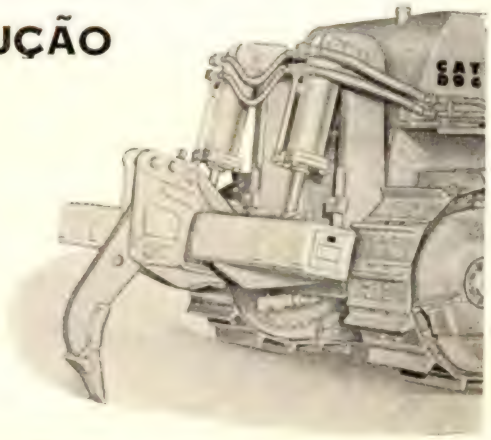
Esta é a pergunta a que teremos de responder antes de podermos beneficiar das vantagens da aplicação dos escarificadores. Nem todos os materiais podem ser escarificados. Se determinada secção de rocha suscita dúvidas sobre a aplicação do escarificador, existe um teste simples e eficaz que pode ser feito imediatamente no local. É a ANÁLISE SÍSMICA. A velocidade de propagação das ondas sonoras através das camadas subterrâneas é registada e traduzida em termos de dureza dos materiais.

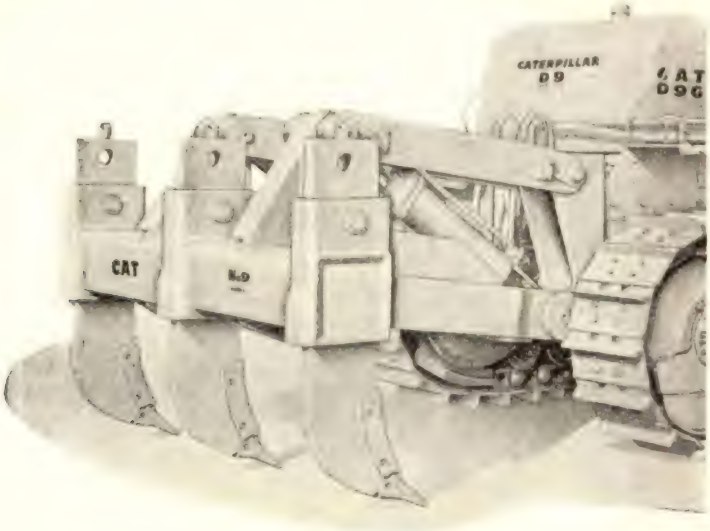
SE A RESPOSTA É ESCARIFICADOR

CATERPILLAR É A SOLUÇÃO



A Caterpillar oferece-lhe uma gama completa de escarificadores inteiramente concebidos para equiparem as máquinas da sua linha.





Distribuidores:

S.T.E.T.

SOCIEDADE TÉCNICA DE EQUIPAMENTOS E TRACTORES, S. A. R. L.

PRIOR VELHO—SACAVÉM

TELEFONES: 251 0001/4

Caterpillar e Cat são marcas registadas de Caterpillar Tractor Co.

P-0265-108

TIP. DUARTE, LDA. - LISBOA

VISITA DE ESTUDO À MARGUEIRA

Está prevista a instalação do estaleiro da Margueira em duas fases.

Na primeira, o estaleiro terá duas doca secas gémeas, capazes de receberem petroleiros de cerca de 100 000 toneladas deadweigth, isto é, perto das maiores tonelagens hoje construídas.

Na segunda fase prevê-se a construção de outras duas docas secas, que poderão receber navios até 150 000 ton. dw.

O objectivo previsto para o estaleiro na sua primeira fase é que esta possua uma capacidade de produção anual equivalente a:

— Reparação e docagem de cerca de 140 navios de 70 000 ton. dw.

— Aprestamento de dois navios de cerca de 70 000 ton. dw. cada.

Na primeira fase o estaleiro terá uma área de 218 800 m², na sua quase totalidade conquistada ao rio.

Cada uma das duas docas gémeas terá o comprimento útil de 266 metros e a largura útil de 40 metros. Ficarão situadas ao largo uma da outra para economia de construção e de exploração, pois ambas utilizarão as mesmas bombas, capazes de esgotar cada uma das docas em cerca de duas horas, e um guindaste comum de 50 ton. As docas ainda serão servidas por mais dois guindastes de 15 toneladas, um de cada lado.

Na primeira fase o estaleiro disporá de cerca de 500 metros de cais pròpriamente dito, e de 360 metros de molhe, equipados com quatro guindastes de 15 toneladas e dotados dos necessários serviços de apoio, onde podem acostar nove navios simultâneamente, incluindo os dois em doca seca.

Dado que se prevê que o estaleiro seja utilizado por um grande número de petroleiros, tanto nacionais como estrangeiros, será também instalada uma estação de limpeza de tanques que se destina a desgasificar os tanques sujos de óleo e a lavá-los, a recolher as águas contaminadas e separar o óleo da água.

O custo da construção e equipamento do estaleiro, na primeira fase, e das despesas necessárias ao seu arranque está estimado em cerca de 750 000 contos, o que permite avaliar a importância do empreendimento.

Maqueta do Estaleiro

Vista aérea das obras em curso

Bombagem das águas da ensecadeira

NOTAS SOBRE AS EXPOSIÇÕES

No âmbito da «II Semana de Curso de Engenharia Civil» estiveram patentes uma exposição bibliográfica e documental e uma exposição industrial.

Na exposição bibliográfica apresentaram-se algumas das obras apontadas como de real interesse pelos professores das várias cadeiras do curso. Foi editado um catálogo essencialmente destinado a dar conhecimento da bibliografia seleccionada. Junto dessa exposição figuravam stands de alguns organismos oficiais ligados à Engenharia Civil, proporcionando não só elementos de carácter técnico como também o conhecimento dos respectivos campos de actividade. Os organismos presentes foram:

- Administração-Geral do Porto de Lisboa
- Direcção-Geral dos Serviços Hidráulicos
- Direcção-Geral dos Serviços de Urbanização
- Gabinete Técnico da Habitação da C.M.L.
- Instituto Nacional de Investigação Industrial
- Junta Autónoma das Estrada
- Laboratório Nacional de Engenharia Civil

A exposição industrial esteve patente no átrio do Pavilhão Central do I.S.T. e no largo fronteiro ao mesmo Pavilhão. Dadas as limitações de espaço e tempo existentes o número de stands era pequeno, se bem que abrangendo um razoável número de assuntos. Forem expositores as seguintes empresas:

«STANDS»:

1, 2 — Roberto Bosch (Portugal), Ld.ª

3 — Fábricas Mendes Godinho, S.A.R.L.

4 — Sociedade de Pré-Fabricação e Obras Gerais NOVOBRA, Ld.ª

5 — Construções Técnicas, Ld.ª

6 — SIAF — Sociedade de Iniciativa e Aproveitamentos Florestais, S.A.R.L.

7 — Empresa Cimentos de Leiria

8 — ISOLA — Sociedade Comercial de Isolamentos de Cortiça, Ld.ª

9 — LUSALITE — Sociedade Portuguesa de Fibrocimento, S.A.R.L.

10 — SHELL Portuguesa, S.A.R.L.

11 — CIMIANTO — Sociedade Técnica Hidráulica, S.A.R.L.

12 — SONAE — Sociedade Nacional de Estratificados, S.A.R.L.

13 — Sociedade de Empreitadas e Trabalhos Hidráulicos, Ld.ª

14 — Handy Angle Portuguesa, Ld.ª

15 — Wild, Portugal, Ld.ª

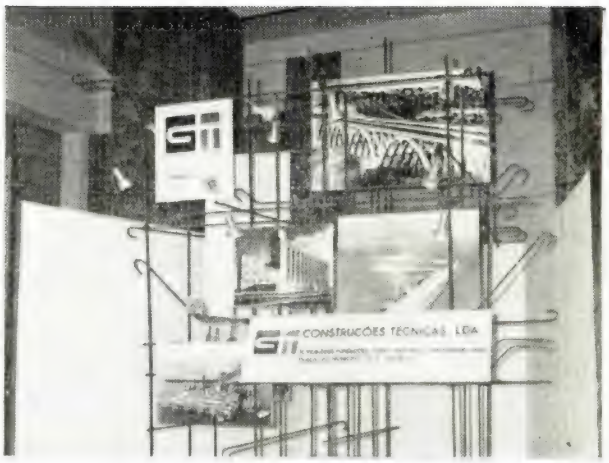
16 — COVINA — Companhia Vidreira Nacional, Ld.ª

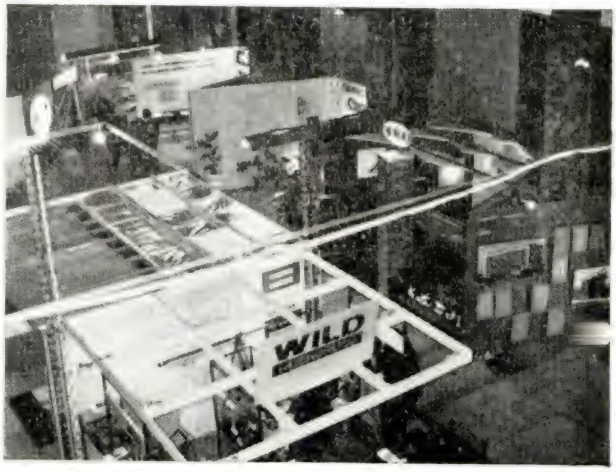
17 — DIAL — Distribuidora de Arames, Ld.ª

NO EXTERIOR:

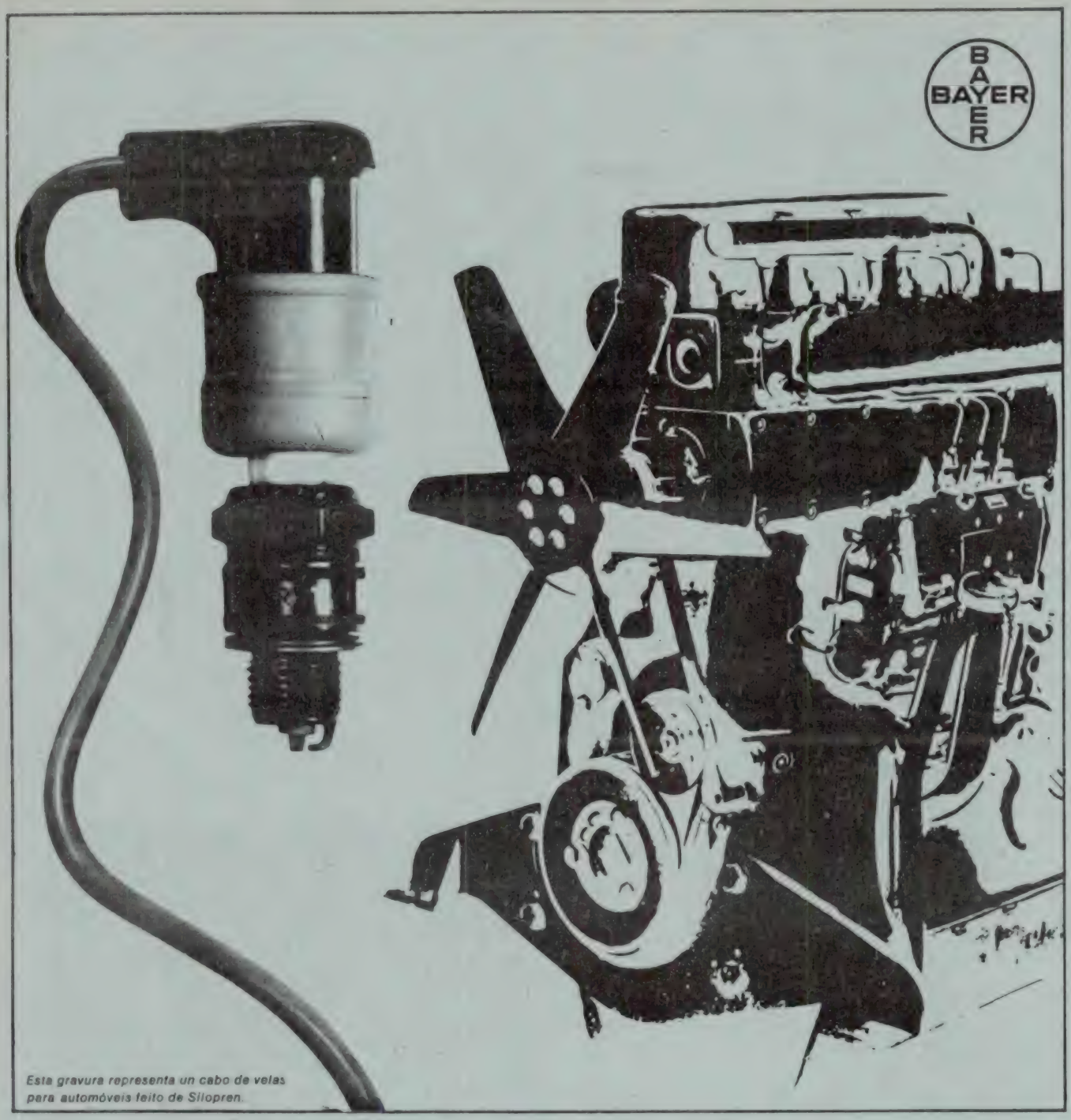
— STET — Sociedade Técnica de Equipamentos e Tractores, S.A.R.L.

— Blackwood Hodge (Portugal), Ld.ª





Algumas perspectivas das exposições



Esta gravura representa un cabo de velas para automóveis feito de Silopren.

O que acontece a 20.000 Volts e 200° C de temperatura?

Especialmente nos motores de alta compressão, os cabos das velas estão muitas vezes sob uma tensão de 20.000 Volts ou mais. O *Silopren como isolador permite tais tensões sem que se alterem as propriedades da isolação no decorrer do tempo. Mesmo a temperaturas de 200° C. as suas propriedades eléctricas mantêm-se inalteradas, enquanto que os isolamentos dos tipos convencionais de borracha ficariam destruídos em pouco tempo. Também contra o ozono formado pela faisca o Silopren tem uma resistência excelente, ao contrário de muitos outros tipos de borracha.

Para as carapuças protectoras dos terminais dos cabos das velas, das ligações do dínamo e do distribuidor é de grande importância não só a resistência ao calor e ao ozono como também a resistência ao frio.

Mesmo com o frio mais intenso o Silopren fica elástico e flexível, enquanto que outros tipos de borracha endurecem e permitem a penetração de humidade. O Silopren evita a humidade em virtude da sua propriedade de repelir a água. Escreva aos nossos representantes se desejar mais informações sobre o Silopren.

S.A.R.L. QUIMICOR, Representante em Portugal
Lisboa: Rua Sociedade Farmacêutica, 3, Tel. 42194
Porto: Rua de Santos Pousada, 441, Tel. 54141

3187

silopren BAYER

Um brilhante sucesso técnico!

ARALDITE

O mais forte dos ligantes para todo o trabalho.

Um tipo de ligante **inteiramente diferente,** de resultados seguros na colagem de

AÇO METAIS VIDRO
CERÂMICA BORRACHA PLÁSTICOS
e todo o material de uso corrente

RESISTE A

CALOR HUMIDADE ÁCIDOS
SOLVENTES ALCALIS

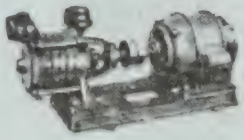
As ligações com **ARALDITE** mantêm-se.

Liga materiais da mesma natureza e de natureza diferente.

O ligante **ARALDITE** é mais forte que o material que liga.

À VENDA NAS DROGARIAS E PAPELARIAS

BOMBAS



Se tem um problema de bombas, consulte

VASCO PESSOA, LDA.

Rua da Boavista, 63

LISBOA

ASEA ELÉCTRICA L.DA

SEDE EM LISBOA
R. DE ARTILHARIA UM, 104, 4º-Dº
Telefone P.P.C. — 68 90 17/8/9

END. TELEG.
ASEAPORT

FILIAL NO PORTO
R. DO CAMPO ALEGRE, 144
Telefone P.P.C. — 6 21 06/7

C. D. U. 625.11.003.1

SUBSÍDIOS PARA A PROCURA DO CUSTO ÓPTIMO DE UMA VIA (*)

POR ARMANDO CAMEIRA (Eng.º Civil, IST)
Assistente do IST,
Subchefe do Serviço de Via e Obras
Sociedade ESTORIL

RESUMO

Um dos factores conducentes à rentabilidade da exploração ferroviária é a *redução das despesas de manutenção.*

As possibilidades económicas da empresa, limitam, porém, o primeiro estabelecimento e nem sempre são adoptadas as soluções mais aconselháveis, a longo prazo, por serem caras.

Nas transformações a operar, dever-se-ão procurar, prèviamente, as soluções de *custo mínimo* dentro de um intervalo de tempo tomado para apreciação.

O custo mínimo inclui as incidências da aquisição e manutenção até à ruina e é chamado *custo óptimo.* O interesse na sua determinação reside em que, nem sempre, ao menor custo de primeiro estabelecimento corresponde o custo óptimo.

As previsões, ainda que fatalmente afectadas de uma incerteza, orientam-nos na escolha da solução mais satisfatória, devendo basear-se em elementos estatísticos que confiram à hipótese eleita a maior probabilidade de ocorrência.

O presente trabalho, baseado em elementos recolhidos no decénio 1954-64, estabelece a comparação entre dois tipos de via — uma equipada com travessas de madeira e outra com travessas de betão — recorrendo a dois processos diferentes para a determinação dos custos: *O cálculo de variações e o conceito económico de valor actual.*

Mostra-se pelos resultados obtidos, o interesse destes estudos.

1. GENERALIDADES

O desenvolvimento atingido pelos transportes automóvel e aéreo, nos últimos anos, mercê do aperfeiçoamento contínuo dos veículos e da construção de grandes rodovias, retirou ao caminho de ferro uma percentagem do tráfego que lhe pertencia (1).

Os factores predominantes que ditam a preferência dada àqueles meios de transporte são, em geral, além da independência concedida pelo primeiro, a oferta de maiores comodidades e rapidez.

As empresas ferroviárias, estabelecidas nos moldes do passado, tiveram então que encetar uma remodelação crescente, a fim de corresponderem às exigências dos utentes e sustentarem o tráfego que lhes compete. As transformações em curso, no sentido de modernizar todo o serviço, obrigam a despender avultadas verbas, em especial nos sectores de renovação do material circulante (mais cómodo, potente e veloz) e da via, a equipar para a prática de velocidades cada vez mais elevadas.

O clima de desequilíbrio que se estabeleceu no binário receitas-despesas, mercê da necessidade dos investimentos, tem merecido na maior parte dos países europeus, a atenção dos respectivos

(*) Texto integral da comunicação apresentada ao I Colóquio Nacional de Transportes, realizado em Lisboa de 15 a 19 de Março de 1965.

governos, como no nosso, mediante a cobertura de determinados encargos, quer como auxílios directos, quer como resultado de uma política de coordenação de transportes, em que, dum modo geral, as sobrecargas com a infra-estrutura são englobados nas despesas com as vias de comunicação.

Hoje, pode dizer-se que se tende para uma política de coordenação de transportes (1) em que, cada qual, tem determinada função específica que é da sua atribuição.

As Administrações ferroviárias, na preocupação de alcançar o equilíbrio do binário referido, não esqueceram que os investimentos devem ser feitos ao mais longo prazo possível, pois se o primeiro estabelecimento constitui um encargo, não menor é o resultante da manutenção das estruturas. Convém pois, no conjundo do sistema, *orgânica e materialmente*, procurar as soluções que conduzam a uma redução de encargos.

É por isso que, as transformações a efectuar, devem ser precedidas de estudos preliminares, em que além da apreciação das características técnicas, se devem ponderar cuidadosamente os custos, a fim de se poder optar, a longo prazo, pela solução que ofereça o menor.

O menor custo dentro de um determinado prazo, tomado para apreciação, é *denominado custo óptimo*.

2. POSIÇÃO DO PROBLEMA TÉCNICO-ECONÓMICO

No capítulo da via, o acréscimo dos pesos por eixo (*) resultante da concepção de veículos motores mais pesados e a prática de velocidades mais elevadas, que hoje atingem 160 e 180 km/h, (2) e excepcionalmente 200 a 250 km/h (3) (4), obrigou a conceber uma nova infra-estrutura em que a camada de balastro foi ampliada em altura e largura, para permitir um travamento mais sólido das travessas e aumentar a superficie de distribuição das cargas à plataforma. O aumentò da capacidade de transporte conseguiu-se mediante a elevação da carga dos comboios e das suas velocidades, ou seja, mediante um aumento da fluidez de escoamento. As limitações impostas pelas características da via antiga levaram os especialistas a investigações que se arrastaram mais de 50 anos e que tiveram início por alturas de 1900. Só recentemente, há pouco mais de um decénio, se verificou que tais estudos foram coroados de êxito, após a descoberta *da via elástica soldada*, podendo dizer-se que se atingiu o aperfeiçoamento mais elevado neste domínio.

O conhecimento dos fenómenos vibratórios da via (5) e a descoberta dos meios para os amortecer, o estudo das condições de segurança e estabilidade das vias equipadas com barras longas formadas por carris soldados e sobretudo, os ensaios comparativos de travessas de betão armado, pré-esforçado e mistas, conduziram ao estabelecimento de um novo tipo de *via elástica, robusta e económica* de manter, que satisfaz inteiramente às exigências do crescente aumento de tráfego, sobretudo, nas linhas principais. É com soluções deste tipo, que no dizer dos especialistas, *se deve esperar que o caminho de ferro seja rentável*, em vez de constituir um pesado encargo para cada país.

As travessas de madeira continuam a ter ainda grande aplicação sobretudo em pontos especiais, como cruzamentos, aparelhos de via, pontes, etc.; porém, na plena via, as de betão armado ou pré-esforçado e as mistas, inicialmente concebidas para prever a escassez da madeira ou para funcionarem como regularizadores de preços, permitem obter vias mais estáveis, visto o seu peso oferecer uma resistência maior aos esforços longitudinais e laterais que as cargas rolantes transmitem à via. Uma outra característica importante é a da *longevidade* que oferecem, comparadas com as de madeira, o que no caso do regime de insuficiência das redes, é importante, por *se prestar a uma redução de despesas a longo prazo*.

Os carris, após sucessivos estudos levados a cabo pela ORE (6), a fim de determinar o perfil mais adequado, aumentaram de peso e as Administrações aderentes à UIC, convencionaram utilizar o carril de 54 kg/m que pode actualmente denominar-se «o carril tipo europeu».

Desta forma, no estudo económico de uma via, actualmente, pode considerar-se constante o custo

---

* LA VIE DU RAIL (No 948, 1964) — Existe hoje a preocupação latente de baixar os pesos por eixo não obstante o acréscimo de velocidade e de potência dos engenhos motores. Na tracção eléctrica tal objectivo tem sido atingido com a redução do diâmetro das rodas (pouco mais de 1 m) e com diminuição considerável do peso de certos orgãos do equipamento como os transformadores e os rectificadores de corrente.

do carril, soldaduras, aparelhos de dilatação e elementos de fixação, para um determinado troço considerado. Sendo conhecido o plano de assentamento que é função dos pesos por eixo e fixada uma camada de balastro de dimensões aconselhada para a via e dependente da natureza das travessas, o estudo da via mais económica, ficará restringido *ao custo da travessa e sua duração*, assim como *ao custo de manutenção ou conservação.*

Como os volumes de balastro entram no custo de primeiro estabelecimento de qualquer solução, temos incluída a influência deste constituinte da via em cada hipótese que se considerar.

A oferta de *uma vida mais longa* e de uma redução de encargos de conservação, ainda que traduzidas por um custo de primeiro estabelecimento superior aos de outras soluções, merecem ser ponderados, pois as economias a obter podem conseguir-se a longo prazo e o seu cálculo ou estimativa podem até efectuar-se mediante um método similar ao cálculo actuarial, onde se considerará *a duração* de cada hipótese. Este facto é incontestàvelmente da maior importância, no momento em que as redes procuram atingir a rentabilidade da sua exploração à custa de uma redução das despesas de manutenção.

Reduzindo o problema à expressão mais simples, dir-se-á que, admitidas duas hipóteses *A* e *B*, possíveis, cujos custos actuais de primeiro estabelecimento são perfeitamente conhecidos, assim como os respectivos encargos de manutenção, se pretende saber qual delas será menos onerosa num período que compreenderá, em geral, a duração da solução mais longa.

Tem que partir-se também, do princípio que, as possibilidades económicas da empresa, são suficientes para adoptar qualquer das soluções em causa.

No presente estudo designaremos a via equipada com travessas rectangulares de madeira por *solução A* (fig. 1). Uma outra solução muito seguida pelos países que mais contactos têm connosco — e até por já ser conhecida entre nós — será a de uma via equipada com travessas mistas de betão SNCF-RS * que designaremos

Fig. 1

Fig. 2

por *solução B* (fig. 2). Esta hipótese, resultou também de ser, entre os tipos de travessas de betão, a mais barata e fácil de fabricar.

Numa primeira análise comparativa, podem resumir-se, como se segue, as seguintes vantagens e inconvenientes das duas soluções:

* O autor refere-se à França e em especial à Espanha. No nosso país a Sociedade Estoril encomendou e tem já em serviço, cerca de 80 000 travessas. Em 1962 a Espanha tinha nas suas linhas 3 200 000 travessas daquele tipo e a França cerca de 5 500 000.

1 — *Custo da travessa* — Favorável à *solução A*
2 — *Vida da travessa* — Favorável à *solução B*
3 — *Custo de assentamento* — Favorável à *solução A*
4 — *Despesas de conservação* — Favorável à *solução B*
5 — *Estabilidade da via* — Favorável à *solução B*
6 — *Elasticidade ao rolamento* — Discutível. Em regra favorável à *A*
7 — *Probabilidade de abaixamento de custo* — Favorável à *solução B*
8 — *Danificação por acidentes* — Favorável à *solução A*
9 — *Destruição por incêndios* — Favorável à *solução B*
10 — *Cuidados com aprovisionameatos* — Favorável à *solução B*

Dos dez factores principais considerados, quatro inclinam-se favoràvelmente para a solução A e os outros 6 para a solução B, ainda que em 6 — as opiniões se dividam entre o ser igual a elasticidade num caso e noutro ou ser superior a elasticidade oferecida pela solução A.

São porém as 4 primeiras, envolvendo custos, as que impõem *o estudo económico*, visto que, ao menor custo de primeiro estabelecimento de A, se contrapõe a longevidade *de B* e uma despesa de assentamento superior para B, pode ser compensada, em parte, por uma redução de despesas de conservação.

Os factores traduzidos em 5 e 6 representam mais *factores de qualidade*.

No que se refere a 7 — *Abaixamento de custo*, tudo se justifica pela escassez geral da madeira, pela elevação de preços e dos preservativos, em especial do creosote, a que se juntará a perspectiva de um aperfeiçoamento técnico e o fabrico a uma escala industrial das travessas de betão o que permitirá baixar o seu custo.

Sobre 8. — *Danificação por acidentes* (7) — os especialistas classificam a via moderna assente sobre travessas SNCF-RS como *estável e robusta*. O comportamento das travessas de madeira em descarrilamentos, depende da *qualidade e da idade*. As travessas de madeira dura, novas, ficam sòmente vincadas com um sulco pelo verdugo, enquanto as travessas de madeira branda e as envelhecidas, são geralmente cortadas, não podendo recuperar-se.

A resistência das travessas RS já foi demonstrada nalguns descarrilamentos como o de Gland (Suíça) e de Bilthowen (Holanda). Este último deu-se num troço de ensaio equipado com diversos tipos de travessas entre elas as RS. A via ficou completamente destruída, mas uma parte considerável de travessas RS foi recuperada, sendo soldados os tirantes metálicos de ligação dos blocos. Estes comportaram-se favoràvelmente quando atingidos pelos verdugos das rodas.

O efeito de corte sobre os tirantes pode ser atenuado mediante uma balastragem que os cubra como é prática usual na RENFE (fig. 3).

Fig. 3

Concluiu-se também que, as interrupções provocadas por acidentes, em vias equipadas com travessas SNCF-RS, não são mais demoradas que as das vias clássicas, conseguindo-se em geral *dar via livre com afrouxamento*, após a retirada do material circulante descarrilado.

No que respeita a *10 — Cuidados com aprovisionamentos* — sabe-se que as travessas de madeira têm que ter épocas próprias de corte, períodos de secagem conveniente e devem ser creosotadas na devida altura.

Por razões óbvias, nem sempre isto é possível, com os manifestos inconvenientes que geram as humidades e os tratamentos tardios, por vezes com a madeira já atacada.

Com as travessas de betão ou mistas, tais preocupações não existem.

Se as seis últimas apreciações relativas, são discutíveis ou estão sujeitas à contingência da probabilidade, o mesmo não acontece com as quatro primeiras, que representam factores económicos, cujos custos unitários interessa intro-

duzir no cálculo do preço composto correspondente a cada solução.

O estudo comparativo impõe-se, pois, no clima actual, quando se apresenta a oportunidade de remodelar uma dada via (8); a consideração das duas hipóteses *A* e *B* referidas correspondeu, por um lado, à solução praticada entre nós da qual possuimos elementos numéricos concretos e, por outro lado, àquela que nos anos mais recentes tem tido grande expansão em países europeus que mais nos interessam, como o mostram as estatísticas e a documentação existente (9), apresentando-se no quadro I, o montante das encomendas de travessas SNCF-RS até fins de 1962.

QUADRO I (9)

Travessas RS em serviço e encomendadas até 31 de Dezembro de 1962

Países	Bitola	Nº travessas
África do Sul	1,067 m	730 000
Argélia	1,435 m	170 000
Bélgica	1,435 m	116 000
Brasil	1,600 m	100 000
Congo	1,067 m	24 500
Dinamarca	1,435 m	304 000
Espanha	1,668 m	3 391 000
França	1,435 m	5 280 000
Irão	1,435 m	853 000
Itália	1,435 m	175 000
Luxemburgo	1,435 m	16 500
Líbano	1,435 m	300 000
Marrocos	1,435 m	170 000
México	1,435 m	365 000
Nigéria	1,067 m	9 800
Países Baixos	1,435	130 000
Portugal (Estoril)	1,665	80 000
Suíça	1,435 e 1,00	165 000
Tailândia	1,00	16 000
Tunísia	1,435 e 1,00	151 000
Ensaios diversos		7 800
Total		12 554 000

3. ELEMENTOS ESTATÍSTICOS E INFORMATIVOS

Resumem-se a seguir as opiniões insertas em obras de alguns engenheiros de via de reconhecido mérito, que têm consagrado a sua actividade à resolução dos seus problemas.

Apresentam-se também elementos estatísticos e opiniões extraídas de estudos efectuados por especialistas consagrados e por organismos insuspeitos, referentes à aplicação da madeira, materiais de substituição e à análise dos tipos de travessas de betão mais importantes.

Os elementos numéricos de base que serviram para o cálculo dos custos de primeiro estabelecimento — materiais e mão de obra — de cada solução, são dados no final.

Porém, os elementos informativos, não puderam deixar de influenciar as previsões efectuadas em matéria de custos futuros, ainda que seja de admitir, como é normal, nas previsões a longo prazo, uma alteração da conjuntura económica ditada até por factores imprevistos de ordem política ou social, além das resultantes de flutuações económicas a curto prazo (1).

O emprego de travessas de material diferente da madeira, não pode ser hoje analisado à luz das mesmas razões que determinaram o seu aparecimento.

Com efeito, as redes europeias que inicialmente as experimentaram, aplicaram-nas por «dificuldades e flutuações importantes» nos preços da madeira (10).

Após transformações sucessivas no sentido de um aperfeiçoamento contínuo, conseguido à custa da experiência adquirida em troços experimentais, em grande parte das redes, as travessas dos «materiais de substituição» da madeira — *betão e mistas* — oferecem-lhes uma economia, conseguida especialmente nos aspectos de *conservação da via* e de *longevidade*.

Porém, o problema assume feições diferentes para cada rede e no fundo é uma questão económica dependente dos preços da madeira, mão de obra e dos custos de fabrico das travessas de betão. *É por isso que uma análise, para cada caso, se impõe.*

Hoje, a afirmação de Robert Levi (10)* em

* Robert Levi – Director das Instalações Fixas da SNCF (1954).

como as travessas de madeira são as mais satisfatórias nas linhas importantes e mais vantajosas que as travessas dos materiais de substituição pela grande diferença de preço» — estamos certos — não encontrará aplauso entre a maioria dos engenheiros de via, mesmo do seu país. A travessa mista ou de betão, deixou de ter o papel exclusivo «de regularizador de fornecimentos» que lhe foi atribuido pelos especialistas durante a sua fase de aperfeiçoamento, no post-guerra. O mesmo autor, mais tarde, referindo-se às travessas RS (11) escreve: «O aparecimento da fixação elástica teve muita influência no desenvolvimento das travessas de betão. O Senhor R. Sonneville, a quem foi posto o problema de estudar uma travessa mais barata que a de betão pré-esforçado, teve o mérito de o conseguir. A sua ideia foi aproveitar as travessas mistas Vagneaux, com fixações dispostas no eixo da travessa, o que tem a vantagem de o parafuso de fixação do carril se ancorar no próprio tirante metálico. Contràriamente à nossa primeira impressão, a travessa RS demonstrou possuir as qualidades exigidas em linhas de grande importância. As aplicações da nova travessa têm demonstrado perfeita resistência a todos os esforços, exceptuando o caso de alguns descarrilamentos».

Em 1947 Leduc (12) indicava como travessas de madeira, metálicas e de betão, existentes no conjunto de numerosas redes mundiais consultadas, respectivamente 90,2 %, 9,4 % e 0,4 %. Estes números foram, porém, muito ultrapassados nos anos seguintes no que respeita à percentagem das travessas de betão, como veremos.

Sobre a evolução do consumo de travessas, A. Terouin no seu trabalho, elaborado para as Nações Unidas, (13) dá-nos um panorama geral no decénio compreendido entre 1948-58. Estes números permitem também prever as tendências no futuro. Neste relatório pode ler-se o seguinte: «*Para vias submetidas a grandes velocidades* certos países utilizam travessas de betão armado ou pré-esforçado como apoio de barras longas soldadas. Mas, as travessas de madeira continuam a ser utilizadas na maior parte das vias normais.

A escolha entre travessas de madeira ou de betão, ponderadas que sejam as vantagens e os inconvenientes técnicos de cada solução, deverá ser feita com a profundidade que cada caso requer, especialmente sob o ponto de vista económico e tendo presentes as possibilidades incontestáveis oferecidas pelos materiais de substituição relativamente à madeira.

Em quase todos os países Europeus, excepto a URSS, a percentagem de travessas de madeira diminuiu de 1,88 % em relação ao existente, as travessas metálicas baixaram de 0,82 % enquanto as de betão armado e pré-esforçado aumentaram de 2,65 %. *O comprimento total de via equipada com travessas de betão aumentou cerca de dez vezes no período 1948-58, o que dá aproximadamente um aumento de dez vezes no número de travessas.* A redução nas de madeira foi mais notória nas espécies resinosas, atribuindo-se tal facto, entre outras razões, às seguintes:

— Diminuição do comprimento da rede em alguns países
— *Expansão das travessas de betão armado*

As travessas de betão armado ou pré-esforçado, em 1958, eram já utilizadas ou estavam em *experiências em todas as redes nacionais* à excepção da Finlândia e de Portugal.

Já nessa altura muitos países tinham passado da fase experimental a um estado de utilização à escala industrial, como se pode observar pelos kms de via simples existentes nos anos de 1948, 1954 e 1958, a seguir indicados:

QUADRO II (13)

Países	Existência nos anos (km via)		
	1948	1954	1958
Áustria	0	14	247
Bulgária	0	—	231
Espanha	0	0	196
França	690	1285	2380
Polónia	20	—	360
Alemanha Federal	30	1912	6434
Grã-Bretanha	130	1300	2174
Checoslováquia	4	—	590
U. R. S. S.	0	—	524

A França, a Alemanha Federal e a Grã-Bretanha, aparecem como os países onde a expansão foi mais acentuada.

O autor (13) aponta o emprego de barras longas soldadas como razão principal da utili-

zação das travessas de betão, mas, diz que este facto contribuirá também para um aperfeiçoamento dos processos de tratamento das travessas de madeira, sobretudo com o fim de lhe diminuir as possibilidades de deterioração mecânica.

Informações dos Caminhos de Ferro austríacos (14) referentes a 1960, mostraram ter sido a carência da madeira a razão fundamental da introdução de travessas de betão. As primeiras experiências efectuadas em 1948 com travessas de betão pré-esforçado conduziram à utilização de tipos aperfeiçoados. *Os resultados foram de tal modo compensadores que tendo-se regularizado o fornecimento de travessas de madeira, a sua aplicação continuou,* sobretudo nas vias equipadas com carris soldados onde mostraram ser vantajosas. Em cerca de 500 km de via equipada com barras longas, em 1960, 158 km assentavam sobre travessas de madeira, 14 sobre travessas metálicas e 343 km assentavam em travessas de betão. Nessa altura os caminhos de ferro federais adquiriam já 120 000 travessas de betão por ano, ou seja, cerca de 20 % do consumo normal. Em fim de 1949 tinham sido colocadas mais de 500 000 travessas. A *maior estabilidade da via, a longevidade e a economia nos custos de conservação* estiveram na base da preferência dada às travessas de betão pré-esforçado.

Opiniões de especialistas recolhidas na reunião de Munique (15), como Dool e Scramm da Deutsche Bundesbahn, dão-nos a entender porém, que qualquer tipo de travessas (madeira, betão ou metálicas) possuem as características técnicas exigidas para uma via moderna soldada, sendo a sua escolha *um problema económico* função do *custo, duração e encargos de conservação.*

O interesse demonstrado por numerosas Administrações ferroviárias, levou a ORE * a estabelecer um programa de estudos (16) onde foram apreciados, dum modo geral, sob os aspectos de concepção e de comportamento, os principais tipos de travessas de betão existentes. Nesse relatório consideram-se dois grupos distintos:

— Em betão armado ordinário { Monobloco / Mistas

— Em betão pré-esforçado { Monobloco / Mistas / Articuladas

* Organismo de Recherches et d'Essais de l'Union Internationale des Chemins de Fer.

Nesse relatório acentua-se que, devido à carência de madeira, por alturas de 1940, algumas redes iniciaram o seu fabrico. As travessas mistas, com blocos amarrados por um tirante metálico, surgiram durante a primeira grande guerra e apesar de disporem de sistemas de fixação rústicos, ainda se encontram ao serviço. A experiência adquirida, permitiu aperfeiçoá-las nos últimos quinze anos, até se chegar aos tipos modernos de travessas mistas em betão armado e respectivo sistema de fixação. Este tipo de travessa adquiriu uma expansão notável, sobretudo devido à simplicidade do seu fabrico e mercê do seu comportamento na linha, «em tudo comparável às travessas clássicas de madeira».

No que se refere ao comportamento em descarrilamentos, o relatório refere *não se poderem extrair conclusões definitivas em virtude do pequeno número de acidentes registados.* No entanto, salienta que um eixo descarrilado «não obriga os outros a descarrilar» e que o tempo gasto na reparação da via é o normal em qualquer caso «conseguindo-se dar via livre logo após a desobstrução e remoção do material descarrilado». Salienta que a escolha do tipo de travessa é uma *questão económica,* que deve ser encarada *à escala da via* e não só da travessa em si, considerando como pontos essenciais, os dois seguintes:

— *A duração*
— *O preço de fabrico*

Relativamente ao primeiro destes factores, diz-se: «um cálculo actuarial baseado numa taxa de juro de 5 %, mostra que, em geral, o aumento de vida da travessa de 30 para 40 anos, corresponderá a uma economia de 11 % do investimento de travessas.

A maior parte das Administrações membros em consulta que lhes foi feita, *espera obter uma vida média de 40 anos.*

A experiência adquirida em numerosas redes nas últimas três décadas com travessas mistas de betão ligeiramente armadas, mostra que a longevidade prevista não é utópica».

Bruno Neumann (17) considera que o uso da madeira em larga escala, como material de travessas de caminho de ferro, é um *facto tradicional,* pois, os caminhos de ferro, desde os seus primórdios começaram por utilizá-la. As múltiplas possibilidades da madeira, a sua abundância e a

facilidade do manejo e transporte, foram factores decisivos na escolha, mais do que as suas propriedades físicas e químicas ou a sua aptidão para suportar as cargas da via. Não obstante as reconhecidas vantagens, muito cedo se fizeram tentativas, nalgumas regiões, para evitar a «destruição das florestas» recorrendo à pedra natural e para fazer face às crescentes encomendas de travessas. Porém, factores de ordem económica opunham-se, em regra, a uma aplicação daquele material em larga escala, não obstante a madeira ser um material atacável e ter uma vida relativamente curta. Outras razões, ligadas à economia e a interesses, inclusivamente de ordem nacional, têm-se oposto a uma expansão maior das travessas de betão. Às florestas e às indústrias de madeira de muitos países, interessa-lhes dar saída às madeiras pobres, como as coníferas que não encontram outra aplicação. O consumo de madeiras pelos caminho de ferro, em muitos países, pesa na balança comercial das florestas. O autor é de opinião que foram razões *técnicas e económicas* que contribuiram para que Monier, o inventor do betão armado e o primeiro fabricante de travessas deste material, em 1884, não tivesse alcançado o sucesso desejado. Decorridos bastantes anos e em épocas de necessidade de madeiras, alguns países da Europa Central, os E.U.A. e a U.R.S.S. no post-guerra deram notável incremento ao fabrico de travessas de betão de vários tipos, tendo-se vencido diversas étapas no caminho do aperfeiçoamento.

O quadro III, indica-nos os principais países

QUADRO III (17)

Comprimento total de linhas e extensão de vias, equipadas com os vários tipos de travessas (kms)
(em 1962)

País	Extensão total de linhas da rede (kms)	Extensão de via equipada com travessas (kms)			
		Madeira	Metálicas	Betão	
				Armado	Pré-esforçado
Alemanha Federal	62 070	30 690	21 300	12	10 068
Áustria	10 499	9 062	936	89	412
Bélgica	7 800	7 737	—	23	40
Bulgária	5 398	4 478	206	69	645
Checoslováquia	23 533	20 390	1 613	1 220	310
Dinamarca	5 995	5 923	—	72	—
Espanha	15 300	14 297	182	921	—
França	79 283	72 300	3 300	2 900	640
Grã-Bretanha	78 665	75 480	—	—	3 185
Holanda	4 807	4 532	—	270	4 (1) *
Irlanda	3 351	3 314	—	—	37
Itália	20 700	20 445	400	127	65
Luxemburgo	393	390	—	3	—
Noruega	5 569	5 487	—	—	72
Polónia	44 546	38 060	4 870	713	503
Suécia	15 246	15 650	—	—	260
Suíça	6 492	2 175	4 919	61	(36) *
Turquia	8 015	3 642	4 373	—	—
Jugoslávia	11 867	11 467	300	—	100

* Outros tipos

CONSTRUÇÕES TÉCNICAS, LDA.

PRAÇA DO MUNICÍPIO, 13 - 3° - LISBOA - 2

TEL. 36 65 06

SONDAGENS • FUNDAÇÕES • TRABALHOS MARÍTIMOS

PONTES E ESTRUTURAS

CUF — REMODELAÇÃO DA PONTE-CAIS N.° 2

Fase de construção

Projecto e Execução de CONSTRUÇÕES TÉCNICAS, LDA.

LISNAVE

ESTALEIROS NAVAIS DE LISBOA, S. A. R. L.

DOIS ESTALEIROS NO PORTO DE LISBOA

em ampliação

ROCHA

em funcionamento desde 1907

5 DOCAS SECAS
PARA NAVIOS ATÉ 18 000 T D W

2 CARREIRAS DE CONSTRUÇÃO
PARA NAVIOS ATÉ 8000 T D W

em construção

MARGUEIRA

em funcionamento a partir de 1967

2 DOCAS SECAS
PARA NAVIOS ATÉ 165 000 T D W

ESTAÇÃO DE LIMPEZA DE TANQUES

MAGNUS HEINASSON para as ILHAS FAROE 1961

Perspectiva dos ESTALEIROS DA MARGUEIRA

FUNDAMENTOS DAS RADIOCOMUNICAÇÕES

POR

MANUEL JOSÉ ABREU FARO

PROF. DO I. S. T.

PREÇO = 30$00 DESCONTO 10% AOS ASSINANTES

EDIÇÃO DA TECNICA

Prédios, empenas, caves. Depósitos para águas, vinhos e aguardentes

Facultam-se certificados de ensaio dos Laboratórios Nacional de Engenharia Civil e da Junta Nacional do Vinho.

«IMPERMEÁBILIS»

O impermeabilizante oficialmente aconselhado em todas as argamassas de cimento

REVENDEDORES EM LISBOA:

João Pereira Vareiro & Filhos, Lda.
Rua Augusto José Vieira, 12 — Telef. 84 74 80

Manuel Pereira Matias, Lda.
Rua de Pedrouços, 105-A — Telef. 61 11 53

Manufacturas de Cimento Fortex, Lda.
Estrada de Benfica, 727 — Telef. 70 21 75

Sequeira & Santos, Lda.
R. José Joaquim Marques, 113—Tel. 02 61 05—MONTIJO

Distribuidor geral para todo o Império Português:

ANSELMO DE MATOS

Av. Almirante Reis, 179, r/c — Telef. 4 64 39
LISBOA

da Europa, a extensão da rede total e as extensões de via equipadas com travessas de madeira, betão e metálicas.

À excepção da Rússia, no conjunto das redes europeias, não se prevê variação sensível de extensão. Nota-se porém, uma variação acentuada no tipo de travessas, possuindo quase todos os países linhas assentes sobre travessas de betão. A Alemanha Federal aparece como o país onde a expansão tem sido mais nítida. Em 1958 os 6434 km de via sobre travessas de betão correspondiam a 10,4 % da extensão total da rede; em 1961 esse valor atingia 10 080 km ou seja 16,2 % do total da rede. As estatísticas mais recentes (18) revelam que, dos 95 milhões de travessas em serviço nas linhas da DB, 47 milhões são de madeira (49 %) 29 milhões são metálicas (31 %) e 19 milhões são em betão (20 %). Em seis anos, a DB *substituiu cerca de 10 % do total da rede por travessas de betão, em detrimento dos outros tipos de travessa.* Neuman friza que a questão da substituição do tipo de travessas em condições de tráfego similar, não é uma simples troca, visto envolver modificações profundas nos processos de assentamento e de manutenção. Aponta as vantagens das travessas de betão no assentamento de barras longas, por razões de peso. Depois de se referir ao factor económico, como fundamental para a escolha do tipo de travessas a usar, o autor diz que deve ter-se em conta o *valor residual,* se como é normal, se prevê a sua reaplicação nas linhas secundárias ou de resguardo. Acrescenta que as travessas de betão se têm mostrado mais económicas do que as travessas de madeira, quando estas são de média qualidade (Soft-Wood/sleepers) e estão submetidas a condições severas de exposição ou à acção de agentes físicos e biológicos que as atacam e lhes encurtam a vida. Aponta o mercado das travessas de betão como um regularizador no fornecimento de travessas de madeira, pela criação de um mercado competitivo. Está comprovado que as *travessas de betão são favoráveis à redução dos preços das travessas de madeira.* Indica a longevidade das travessas de betão como factor de abaixamento do *custo médio,* ainda que seja imprecisa a sua duração, aceitando contudo que, os tipos mais aperfeiçoados devam durar 40 a 50 anos.

Referindo-se à expansão das travessas de betão, diz que, todas as «*Administrações que actualmente as usam realizam economias», só isso podendo justificar o seu emprego.* Contudo, as economias relativas não têm sido precisadas pelas redes.

Adalbert Doll, Director da DB (19), apresenta em «Die Bundesbahn», a comparação de custos de travessas na linha, de madeira, betão e metálicas, de acordo com o custo de aquisição e assentamento e tendo em conta a duração. Conclui que o custo anual das travessas depende essencialmente *do seu preço de aquisição e da sua duração na linha.* Para determinados troços de linha, pode-se assim, determinar de acordo com os custos de aquisição, assentamento, encargos de conservação, duração qual o tipo mais económico.

L. M. Ferreirinha (20) numa conferência realizada na Ordem dos Engenheiros refere-se a dois tipos fundamentais de travessas em betão — um travessas monolíticas — com pouco sucesso nas vias alemãs em 1953-54 e um outro — do tipo misto, as travessas SNCF — este «parecendo gosar de certo sucesso quando aplicadas com sistemas de fixação duplamente elástico e em vias equipadas com carris soldados». — Refere-se à Sociedade Estoril como introdutora em Portugal deste tipo de travessa em Agosto de 1955. Diz que os progressos registados na técnica ferroviária tornaram possível a utilização em larga escala das travessas de betão armado que beneficiaram sobretudo dos melhoramentos introduzidos na própria fabricação dos betões Os aperfeiçoamentos conseguidos, como diz, prevêm para as travessas dos mais modernos, uma duração de 50 anos, sendo apenas necessário substituir as juntas de borracha e as ligações metálicas do carril. Apresenta como incoveniente para as travessas de betão, os choques violentos e vibrações, os quais condicionam a sua aplicação, afirmando que se tem conseguido melhorar a resistência estática à compressão, mas, que poucos avanços se tinham realizado no sentido de aumentar a baixa capacidade de absorção dos esforços dinâmicos e repetidos, particularmente sensíveis na zona das juntas. Afirma entretanto, que o emprego de barras soldadas, o uso de elementos intermediários entre o tirefond e o carril, e entre este e a travessa, assim como a melhoria da suspensão dos veículos, *abriu novas perspectivas à difusão das travessas em betão.*

O autor alude também aos condicionamentos

que se opõem à expansão das travessas de betão, ditados pela política de fomento florestal, em que se procura dar colocação às espécies mais pobres.

Conclui dizendo que as travessas de betão armado ordinário ou pré-esforçado, em blocos monolíticos ou laterais, ligados por tirante metálico, podem competir com as de madeira, no assentamento de vias equipadas com carris soldados; «ainda que o custo seja mais elevado e a colocação mais cara, apresentam a vantagem de conferir maior estabilidade às vias férreas».

A DB e a SNCF, segundo Sonneville (21), foram as primeiras redes a experimentar a soldadura de carris. Embora a SNCF tenha feito as primeiras experiências, o atraso imposto pelo Ministério das Obras Públicas, ainda que prudente e seguro, permitiu à DB adiantar-se. Em 1959 cada uma das redes possuía mais de 5000 km de via soldada, ou seja, mais do que o conjunto das restantes redes do mundo reunidas. Naquela altura, a soldadura dos carris, atingia já 1000 km por ano em qualquer daquelas redes.

O autor refere-se ao *empirismo* que caracterizou as primeiras tentativas efectuadas em 1930, até se chegar à via concebida em moldes científicos, destacando como principais impulsionadores Martinet e Robert Lévi.

Os franceses e os alemães, enveredaram porém, por caminhos diferentes e pode dizer-se que na *moderna via sem juntas, existem duas técnicas.* A diferença fundamental refere-se ao comprimento das barras e à aplicação das juntas de dilatação ou de simples juntas com éclisses. Porém, os pormenores de colocação, regulação e o aperto, efectuam-se em condições similares, tendo em atenção as temperaturas médias entre os extremos de máximo e de mínimo. Os franceses, adoptando aparelhos de dilatação, e restringindo o comprimento das barras a 800 m, dizem obter mais facilidade na colocação e regulação, além de aumentarem a segurança pelo facto de não necessitarem uma vigilância tão estreita. O uso dos aparelhos de dilatação permite também a observação dos movimentos das extremidades das barras, dando satisfação ao controle «ministerial». Enfim, a obrigatoriedade das juntas isolantes e a existência das mesmas onde convém isolar os carris, como certas obras de arte, impõem os aparelhos de dilatação, ainda que com prejuízo do conforto.

No que se refere à fixação do carril à travessa, o autor assevera que deve ser a mais enérgica possível, a fim de, evitar deformações perigosas, resultantes da sobreposição das tensões devidas às cargas rolantes e às variações de temperatura. Esta fixação deverá ser de tal modo que, as vibrações, a fadiga e o envelhecimento, mantenham a resistência do conjunto «carril travessa» superior à do conjunto «travessa-balastro».

Enquanto a DB utiliza fixações indirectas do tipo Geo, Angleur e Ougree, formadas por garras rígidas e pesadas, que são caras, a SNCF adoptou a fixação duplamente elástica constituída por palmilhas de borracha canelada e por uma garra RN elástica, em aço de mola que mantém a patilha do carril enèrgicamente fixada contra a palmilha. O termo duplamente elástico significa que a patilha do carril é colocada entre dois elementos idênticos — a palmilha e a garra RN — e que estes possuem, cada qual, dois graus de elasticidade, apresentando a curva característica, um andamento variável assim que o carril passa para uma posição de equilíbrio durante o movimento oscilatório.

A característica não linear de cada um destes componentes dá um excelente amortecimento das vibrações, assegurando o contacto da lâmina com o carril a qualquer deslocamento. Este tipo de fixação, usado inicialmente em travessas de betão, foi utilizado pelo Luxemburgo com carris de 54 kg UIC sobre travessas de madeira, pela Espanha e por Portugal, recentemente. Constitui para o carril um apoio semi-encastrado, reduzindo as tensões longitudinais e transversais na sua patilha. Enfim, o elevado factor de amortecimento das vibrações, sobretudo nas travessas de massa elevada, bem centradas sob o carril, atenuam muito a fadiga proveniente do contacto roda-carril. Todos estes *factores contribuem para prolongar a vida do carril.*

No que se refere à robustez e à duração das travessas, assim como das fixações, o autor salienta: «É evidente que o carril soldado deve ser colocado sobre travesssas resistentes com duração igual à dele, e aptas a suportar sem desfalecimento as fixações enérgicas e fiéis que se oponham ao caminhamento dos carris. O uso de fixações capazes, aumenta a vida útil das travessas. As fixações indirectas reduzem muito a fadiga e o desgaste na travessa e no carril, junto às zonas de contacto *garra-carril-travessa.* O peso das

travessas é uma vantagem para estabilidade das vias soldadas, submetidas a esforços elevados de compressão longitudinal. Por outro lado, observa-se que, a via assente em travessas leves de madeira ou metálicas, se «afunda» diante dos eixos à passagem dos comboios, o que representa uma perigosa deformação, sobretudo quando se deseja manter determinado rigor no traçado em planta e a via se não deve deformar sob a acção de forças dinâmicas laterais elevadas transmitidas pelos veículos — forças de guiamento — às quais se juntam as forças longitudinais devidas à dilatação.

A aptidão da via soldada em se «deformar» ou «afundar» é expressa por um factor chamado *factor de instabilidade*, dado por uma expressão do tipo:

$$F_i = 100 \times \frac{2\,R}{\left(2\,R + \frac{T}{d}\right)^2} \quad . \; . \; . \; . \; (0)$$

em que R é o peso de um metro de carril, T o peso de uma travessa incluindo a fixação e d equidistância das travessas. Esta fórmula devida a Robert Lévi é utilizada pela SNCF, e permite comparar vias equipadas em condições diferentes, de acordo com a maior ou menor aptidão à deformação transversal e ao «afundamento»,

O *factor de instabilidade* tem um interesse comparativo e não dá mais do que uma imagem da via que se deverá soldar. A via deve ser verificada às resistências laterais e aos esforços longitudinais tendo em conta a amplitude das variações de temperatura. A via soldada assente sobre travessas mistas RS apresenta um factor de instabilidade mais baixo que a assente em travessas de madeira e uma resistência lateral dupla, o que permite a soldadura em curvas de pequeno raio da ordem de 400 metros (carris de 50 kg) e de 500 m (carris de 60 kg). O autor diz que a travessa SNCF-RS é comparável a uma travessa metálica ligeira, com blocos maciços de betão, pois os parafusos de fixação estão ancorados ao tirante.

Apresenta, por isso, as vantagens da *resistência lateral, da elasticidade e da estabilidade*, pelo que desde 1949 tem prestado serviço em numerosas linhas equipadas com barras longas soldadas, em condições satisfatórias.

4. O PROBLEMA POSTO EM TERMOS DE ANÁLISE MATEMÁTICA

4.1. — *A unidade de comparação*

Expostas as razões que originaram o interesse do problema entre nós e após ter sido analisado sob o ponto de vista técnico, resta agora equacioná-lo sob o aspecto económico

Trata-se de, com base em custos de primeiro estabelecimento numa data recente, custos que englobam as despesas de mão de obra e materiais e prevendo despesas de manutenção no período de vida de cada solução, determinar *custos médios unitários* (por unidade de comprimento de via e por unidade de tempo, o km e o ano, por exemplo).

Estes custos serão comparados e o menor será chamado *custo óptimo*. Os custos a comparar, terão pois, que reportar-se a idênticas unidades e deverão incluir todas as despesas que os afectem, devendo ainda incluir o agravamento das despesas de manutenção com o tempo, resultante do aumento de preços de materiais e da mão de obra.

Em resumo, o *custo médio unitário*, na unidade de tempo, que servirá para detectar o *custo mínimo*, deverá compreender:

— *O custo de primeiro estabelecimento.*
— *O custo de manutenção em cada ano.*
— *Um determinado intervalo de tempo, em regra a duração da solução.*

4 2. — *Posição geral do problema em termos de análise*

Em termos funcionais, cingindo-nos às duas hipóteses A e B citadas, diremos que se pretendem comparar custos unitários $\overline{U}_A$ e $\overline{U}_B$ determinados em intervalos t_A e t_B de durabilidade, respectivamente de A e de B; $\overline{U}_A$ e $\overline{U}_B$ dependem dos custos de primeiro estabelecimento C_{EA} e C_{EB}, dos custos de manutenção ou conservação U_{MA} e U_{MB} e da sua variação com o tempo $\frac{\partial U_{MA}}{\partial t}$ e $\frac{\partial U_{MB}}{\partial t}$, segundo uma lei, que no caso real é desconhecida, indefinida ou se quisermos *desigualmente variável*.

O problema equacionado para o caso simples

das duas hipóteses *A* e *B* generaliza-se para um conjunto de hipóteses A, B, C .... a que corresponderão *custos médios unitários* t_A, t_B, t_C ....

O custo médio unitário U_X, correspondente a uma hipótese X, será então dado por:

$$\overline{U}_X = \phi\left(C_{EX}, U_{MX}, \frac{\partial U_{MX}}{\partial t}\right) \quad . \; . \; . \quad (1)$$

Na realidade, C_{EX} e U_{MX} são funções do tempo, e dependem da data em que forem tomadas. Porém, C_{EX} é fixo em cada data, ao passo que, U_{MX} varia com o tempo e esta circunstância tem que ser introduzida nos cálculos. Então, poderemos escrever:

$$\begin{aligned} U_{MX} &= \varphi(t) \\ U'_{MX} &= \frac{\partial_{MX}}{\partial t} = \chi(t) \end{aligned} \quad . \; . \; . \; . \quad (2)$$

e de .... (1) tira-se:

$$\overline{U}_X = \phi\,[C_{EX}\,;\,\varphi(t), \chi(t)] \quad . \; . \; . \quad (3)$$

4.3. — *O tratamento pelo cálculo de variações*

4.3.1. — *Integração do problema neste campo*

Tendo em conta a expressão .... (3) o custo médio U_{Xn}, numa data qualquer t_n, pode também obter-se por uma expressão da forma:

$$\overline{U}_{Xn} = \frac{C_{EXn} + [U_{MX}]_o^n}{t_n - t_o} \quad . \; . \; . \; . \quad (4)$$

Sendo C_{EXn} o *custo de primeiro estabelecimento* na data n e U_{MX} o *custo de manutenção no intervalo de tempo* compreendido entre t_o e t_n.

Considerando custos de manutenção unitários no tempo, t_o, t_1, t_2 .... t_n, a expressão (4) pode ainda representar-se:

$$\overline{U}_{Xn} = \frac{C_{EX} + \sum_{o}^{K} U_{MXK}}{t_n - t_o} \quad . \; . \; . \quad (5)$$

em que K assume os valores 0,1,2 .... n. O custo de U_{MX1} será, porém, resultante do custo de manutenção U_{MO}, tal que:

$$\begin{aligned} U_{MX1} &= U_{MXO} + \left[\frac{U_{MX}}{t_1 - t_o}\right]_o^1 \\ C_{MXn} &= U_{MXO} + \left[\frac{U_{MX}}{t_n - t_o}\right]_o^n \end{aligned} \quad . \; . \; . \quad (6)$$

contendo, desta forma, a variação do custo de manutenção com o tempo.

As funções $\varphi(t)$ e $\chi(t)$, traduzindo os custos de manutenção e sua variação com o tempo, podem ou não, no caso real, variar de instante para instante.

Dependem das flutuações dos custos de mão-de-obra e materiais de conservação. No caso concreto dos exemplos práticos, não existe uma lei ordenada para $\varphi(t)$ e $\chi(t)$, pelo que a relação de U_X com t, expressa por intermédio de U_{MX} e $\frac{\partial U_{MX}}{\partial t}$ de .... (3) não tem carácter de função de função. Usando a simbologia do cálculo de variações, podemos escrever para função do custo de manutenção $\overline{U}_M$, em geral:

$$\overline{U}_M = F\,[\varphi(t), \chi(t)] \quad . \; . \; . \; . \quad (7)$$

Segundo o significado do *cálculo de variações*, a quantidade U_M *é variável* e os seus valores dependem da forma que tomarem as funções $\varphi(t)$ e $\chi(t)$.

A cada par de valores $\varphi(t)$, $\chi(t)$, corresponderá um valor definido de U_M, o qual varia à medida que se modifica a forma da função. É a dependência de U_M com $\varphi(t)$ e $\chi(t)$ que se *domina funcional*, exprimindo o símbolo F o carácter variacional de U_{MX} e $\frac{\partial M_{MX}}{\partial t}$, a fim de o não confundir com o símbolo de função de função em que se teria:

$$U_M = \phi\,[\varphi(t), \chi(t)] \quad . \; . \; . \; . \quad (8)$$

em que $\varphi(t)$ e $\chi(t)$ são funções definidas de t, sendo U_M, por conseguinte, também uma função definida de t.

O tratamento de U_M como funcional, no dizer de tratadistas (24), corresponde ao caso mais geral. A variável t pode não figurar explicitamente na relação funcional de U_M.

As funções $\varphi(t)$ e $\chi(t)$ são representáveis num num sistema de eixos C, o, t por uma curva, variável; a cada par de valores de φ e χ corresponderá uma curva C_M que tomará determinada posição. O valor de U_M dependerá das posições particulares que tomarem as diversas curvas C_M, correspondendo a cada série de posições C_{M1} C_{M2}, C_{M3} ..., uma série de valores definidos de U, U_1, U_2, U_3 ...

Na fig. 4 representam-se as posições variáveis que uma curva C pode assumir quando é obrigada a passar por dois pontos fixos X_0 e X_1.

Segundo Allen (24) as funcionais são como que uma extensão à teoria das funções, constituindo *um novo passo* da análise matemática, transportando-a do campo finito ao infinito.

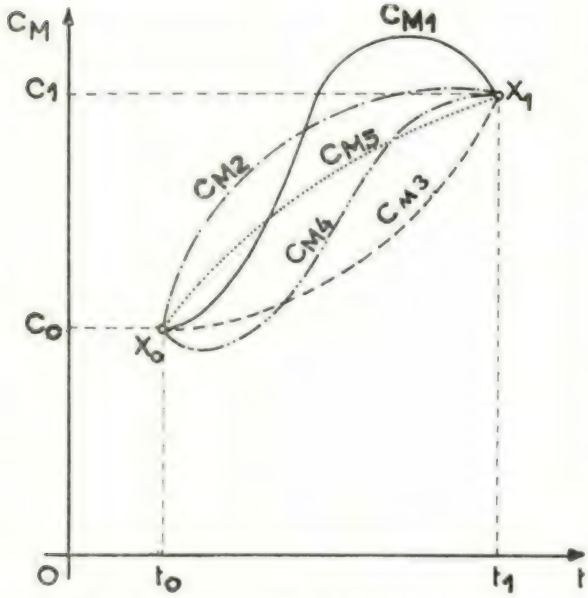


Fig. 4 — Curva variável obrigada a passar por 2 pontos fixos x_0, x_1

Exemplificando, se no campo finito $U = f(x_1, x_2 \ldots x_n)$, sendo n um número finito de variáveis, no cálculo de variações pode-se fazer crescer indefinidamente *n*, introduzindo constantemente novas variáveis.

A função *U* dependerá, em geral, de um número infinito de valores particulares de $f(x_1, x_2 \ldots x_n)$.

A funcional $U = (\varphi, \chi)$ significa portanto que em rigor, U depende dos infinitos valores que φ e χ possam tomar.

Por comodidade, vamos considerar que U_M na expressão...(7) depende apenas de t, através de uma relação variável ϕ (t) sendo:

$$x = \phi(t) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (9)$$

e consequentemente,

$$\overline{U}_M = F(x) = F[\phi(t)] \quad . \; . \; . \; . \quad (10)$$

4.3.2. — *O recurso à forma mais importante das funcionais*

O caso mais frequente das funcionais é aquele em que F de (10) toma a forma de um integral definido permitindo determinar o valor de U_M entre extremos de integração, de forma a conferir-lhe o carácter de máximo ou de mínimo.

O recurso às funcionais para resolução do presente problema, se se justificou já pela natureza da variação do custo de manutenção com o tempo, como correspondendo ao caso mais real, encontra agora uma nova razão: a de se obterem *valores de extremidade*, interessando sobremaneira os *mínimos*, o que nos permitirá relacionar valores com a feição de *gastos mínimos*.

Seja então f (t) uma função cuja forma varia quando se modificam os valores de F de ϕ (t) definida por...(10); pelo exposto, ter-se-á:

$$U_M = \int_{t_0}^{t_1} f(t)\, dt \quad . \; . \; . \; . \quad (11)$$

em que t_0 e t_1 são limites determinados de integração.

O valor de U_M, diferente do valor $\overline{U}_M$ atrás definido — custo médio de manutenção — representa agora o *custo integral de manutenção* no intervalo $t_1 - t_0$, de forma que, para obter $\overline{U}_M$, *terá* que ser dividido por ele; tem-se:

$$\overline{U}_M = \frac{U_M}{t_1 - t_0} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (12)$$

O valor de U_M dependerá de forma particular que adoptar ϕ (t) e consequentemente f (t), visto que, U_M é *uma funcional* da função variável ϕ.

O problema que em regra se apresenta é o de determinar que função variável dará lugar a um máximo ou mínimo de U_M. Este objectivo do cálculo de variações, permite nos casos práticos, trabalhar com valores obtidos em condições similares, ainda que eivados de conceitos teóricos discutíveis e afastados por vezes do campo real. Porém, no exemplo em estudo, pressupõe-se que a comparação relativa é fundamental com a vantagem de, a cada hipótese, corresponderem os *valores de extremidade*.

O método implica sujeições, a fim de o tornar aplicável ao problema proposto. As duas subordinações mais importantes são a *determinação dos extremos de integração*, e a consideração de ϕ (t) ser representada por *funções contínuas*, que admitem derivadas contínuas até determinada ordem.

U_{MA} e U_{MB}, custos integrais da manutenção, correspondentes às hipóteses *A* e *B* propostas em

4.2, terão, pois, que reportar-se ao intervalo $t_1 - t_0$, considerados como extremos de integração. Far-se-á corresponder t_0 *à data presente ou passada* e t_1 a uma data futura que interessa fazer coincidir com o termo ou *data de duração* da solução respectiva . . . Haverá, pois, que conhecer os valores limites de $X(x_0, t_0)$ e $X_1(t_1, t_1)$.

O extremo inferior de integração t_0, é perfeitamente conhecido por envolver dados *presentes ou passados*; é possível com suficiente rigor determinar o custo de manutenção no tempo t_0 com base nos preços de mão de obra e materiais.

Sòmente o custo futuro, a que corresponde o extremo superior de integração t_1, necessita ser previsto. O processo mais racional para o determinar é a recolha de elementos estatísticos que nos *informem* sobre a evolução dos preços de mão de obra e materiais no passado.

Não pode afastar-se neste aspecto a ideia de uma *previsão* baseada numa evolução precedente, normalmente desordenada e onde não é possível estabelecer uma lei confiante. De resto, quanto maior for o prazo considerado, mais incerta é a previsão e esse o inconveniente das previsões a longo prazo que, além das implicações resultantes das flutuações económicas, estão sujeitas ao clima económico, social e político da nação. (1)

Sabe-se apenas, com base na desvalorização da moeda, que os preços de mão de obra e dos materiais se agravam com o tempo. Aceitando o princípio de tratadistas em assuntos de previsão (25), diremos que se devem procurar «*características estáveis* que subsistam sem alteração ao longo de um período de tempo». As técnicas de previsão, as informações em número e qualidade suficientes e as operações a efectuar para a determinação dos números do futuro, constituem o *sistema de previsão*. Procurou-se dentro dos condicionamentos existentes, a satisfação desses requisitos.

Os *elementos estatísticos* referentes ao custo dos materiais e mão-de-obra são dados em apêndice. A partir deles pôde *prever-se* uma taxa média r de variação do tipo da anuidade de um capital determinado, que ao fim de n anos, valerá $(1 + r)^n$ vezes, sendo n o intervalo $t_1 - t_0$. Reportando-nos às funções . . . . (9) e (11), é assim possível determinar o extremo superior do intervalo a que corresponde o par de valores de $X_1(x_1, t_1)$.

Tem-se, então:

$$\begin{aligned} t_1 &= t_0 + n \\ x_1 &= x_0 (1 + r)^n \end{aligned} \quad . \; . \; . \; . \; . \; (13)$$

Ficam assim satisfeitas as *condições de contorno*.

Supondo então $X_0(x_0, t_0)$ e $X_1(x_1, t_1)$, pontos fixos da solução $\phi(t)$, e portanto de $f(t)$, observa-se que só os arcos de curva que passam por eles satisfazem. O interesse reside apenas, naqueles que fornecem para U_M valores de extremidade, se possível, *de mínimo*. Como são infinitos os arcos que obedecem à condição, o campo de variação da função $\phi(t)$ é ilimitado. Daí a razão de o subordinar às regras *de continuidade e derivabilidade* referidas. O campo de variação e $\phi(t)$ pode também limitar-se, se considerarmos apenas funções de uma forma particular; tomando por exemplo, funções do tipo quadrático em t, obter-se-ão parábolas de eixo vertical.

Uma curva pode ainda representar-se por uma expressão analítica em que figuram determinados parâmetros $\alpha, \beta, \gamma \ldots\ldots$; o número de parâmetros aumentará o rigor da curva. Considerando um número suficiente, podemos pois, substituir dentro de certos limites, a função variável $\phi(t)$ por:

$$x = \phi(t; \alpha, \beta, \gamma \ldots) \quad . \; . \; . \; . \; (14)$$

Sendo agora ϕ de forma fixa e desempenhando os parâmetros o papel de variáveis de $\phi(t)$. Utilizando quatro parâmetros, por exemplo, teríamos:

$$\phi(t) = \alpha t^3 + \beta t^2 + \gamma t + \delta \quad . \; . \; . \; (15)$$

e as funções ϕ t) serão famílias de parábolas cúbicas de eixo vertical, paralelas ao eixo ox. Querendo determinar os valores extremos de (11) em que $f(t)$, dependendo de $\phi(t)$ se reduz à forma de ..... (14), tem-se:

$$U_M = \int_{t_0}^{t_1} f(t, \alpha, \beta, \gamma \ldots)\, dt \quad . \; . \; (16)$$

Os parâmetros α, β, γ são variáveis e o integral U_M dependerá dos seus valores. Como se pretende determinar os valores extremos, o problema reduz-se à determinação dos máximos e mínimos de uma função de várias variáveis $\alpha, \beta, \gamma \ldots$ subordinada às condições de contorno. Embora o número de parâmetros aumente a precisão do resultado, não modifica porém, a sua

natureza e esta conclusão é um dos mais importantes factores desta análise.

Em tudo quanto se expôs, se nota que, a solução não é perfeitamente geral, satisfazendo porém, aos fins da maioria dos casos práticos, com aproximação suficiente, no dizer dos tratadistas (24).

4.3.3. — *A determinação dos valores extremos de U_M*

A função f (t) definida em 4.3.2. e que figura na expressão (11), varia com t e esta variação depende ainda de ϕ (t); nos casos mais gerais, dependerá também da variação de ϕ (t), isto é, da derivada ϕ' (t).

Também se admitirá que f (t) pode ou não conter explìcitamente t ou ϕ (t). Então ter-se-á:

$$f[t, \phi(t), \phi'(t)] = f\left(t, x, \frac{dx}{dt}\right) \quad . \quad . \quad (17)$$

Partindo da hipótese que a equação (14) satisfaz às condições *de contorno definidas* em 4.3.2., interessa agora determinar as condições em que irá conferir a U_M *valores de máximo ou de mínimo.*

Dando aos parâmetros variáveis, incrementos diferenciais arbitrários $\delta\alpha$, $\delta\beta$, $\delta\gamma$ ...., vamos primeiramente determinar as variações δx e $\delta x'$ que correspondem às equações definidas em (14) e (17) ou seja a x e à sua derivada $x' = \frac{dx}{dt}$.

$$\delta x = \frac{\partial x}{\partial \alpha}\delta\alpha + \frac{\partial x}{\partial \beta}\delta\beta + \frac{\partial x}{\partial \gamma}\delta\gamma$$

$$\delta x' = \delta\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{\partial}{\partial\alpha}\left(\frac{dx}{dt}\right)\delta\alpha + \frac{\partial}{\partial\beta}\left(\frac{dx}{dt}\right)\delta\beta +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial\gamma}\left(\frac{dx}{dt}\right)\delta\gamma = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial x}{\partial\alpha}\delta\alpha + \frac{\partial x}{\partial\beta}\delta\beta +\right.$$

$$\left. + \frac{\partial x}{\partial\gamma}\delta\gamma + \ldots\right) = \frac{d}{dt}(\delta x) \quad . \quad . \quad (18)$$

Estas variações são diferenciais ordinárias, sujeitas às regras correntes da diferenciação. O símbolo δ permite distingui-las das diferenciais dx e dt que se obtêm a partir de x, considerada como função de t, e contendo os parâmetros α, β, γ .... O símbolo d, refere-se pois, à variável t, enquanto o símbolo δ representa os incrementos diferenciais dos parâmetros.

De acordo com os resultados obtidos em (17) e (18), as variações de f (t, x, x'), obter-se-ão por:

$$df = \frac{\partial f}{\partial x}\delta x + \frac{\partial f}{\partial x'}\delta x' = \frac{\partial f}{\partial x}\delta x + \frac{\partial f}{\partial x'} \times$$

$$\times \frac{d}{dt}(\delta x) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

e a variação dU de U,

$$dU = \delta\left[\int_{t_0}^{t_1} f(t, x, x')\,dt\right] = \int_{t_0}^{t_1}(df)\,dt \qquad (20)$$

$$= \int_{t_0}^{t_1}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\delta x\right)dt + \int_{t_0}^{t_1}\left[\frac{\partial f}{\partial x'}\cdot\frac{d}{dt}(\delta x)\right]dt$$

e por ser:

$$\frac{d}{dt}\left\{\frac{\partial f}{\partial x}\delta x - \int\left[\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial f}{\partial x'}\right)\delta x\right]dt\right\} =$$

$$= \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial f}{\partial x'}\delta x\right) - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial f}{\partial x'}\right)\delta x = \qquad (21)$$

$$= \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial f}{\partial x'}\right).\delta x + \frac{\partial f}{\partial x'}\cdot\frac{d}{dt}(\delta x) - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial f}{\partial x'}\right)\delta x =$$

$$= \frac{\partial f}{\partial x'}\cdot\frac{d}{dt}(\delta x)$$

a menos de uma constante arbitrária, pode escrever-se:

$$\int\left[\frac{\partial f}{\partial x'}\frac{d}{dt}(\delta x)\right]dt = \left[\frac{\partial f}{\partial x}\delta x\right]_{t_0}^{t_1} -$$

$$-\int_{t_0}^{t_1}\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)\delta x\Big]dt \quad . \quad . \quad . \quad (22)$$

e expressão (20) converter-se-á em:

$$dU = \int_{t_0}^{t_1}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\delta x\right)dt + \left[\frac{\partial f}{\partial x}\delta x\right]_{t_0}^{t_1} -$$

$$-\left[\int_{t_0}^{t_1}\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial f}{\partial x'}\right)\delta x\right]dt \quad . \quad . \quad . \quad (24)$$

e reunindo o 1.° e 3.° termos da expressão anterior:

$$dU = \int_{t_0}^{t_1}\left[\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right) - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial f}{\partial x'}\right)\right]\delta x\,dt +$$

$$+ \left[\frac{\partial f}{\partial x}\delta x\right]_{t_0}^{t_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (24)$$

Como ϕ (t), pelas condições de contorno, terá que passar pelos pontos X_0 (x_0, t_0) e X_1 (x_1, t_1), nestes pontos, a variação δx será nula:

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x} . \delta x\right]_{t_0}^{t_1} = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (25)$$

e consequentemente:

$$dU = \int_{t_0}^{t_1} \left[\frac{\partial f}{\partial x} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial f}{\partial x'}\right)\right] \delta_x \, . \, dt \quad (26)$$

Quando os parâmetros sofrem incrementos diferenciais $\delta\alpha$, $\delta\beta$, $\delta\gamma$... o valor dU variará também, havendo porém, em regra, valores determinados que dão a U o carácter de máximo ou de mínimo. Para se obterem estes, é condição necessária que $dU = 0$, quaisquer que sejam $\delta\alpha$, $\delta\beta$, $\delta\gamma$... isto é, qualquer que seja a variação de δx. Então tem-se:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial f}{\partial x'}\right) \quad . \; . \; . \; . \quad (27)$$

A expressão (27) é chamada equação de Euler (24) e impõe que a função $x = \phi$ (t), utilizada no cálculo do integral U_M de (11) seja a que lhe confere o carácter de extremidade. A equação de Euler exprime a *condição necessária para se obterem os valores de máximo ou de mínimo de* U_M. A análise de um ou outro caso é relegada para o estudo da função $x = \phi$ (t) que se obterá a partir de f (t) com o auxílio daquela equação.

Sendo $\frac{\partial f}{\partial x}$ e $\frac{\partial f}{\partial x'}$, derivadas parciais de $f\left(t, x, \frac{dx}{dt}\right)$ e por conseguinte funções de t, x e $\frac{dx}{dt}$, a equação (27) é uma relação em x, por sua vez função de t, contendo a derivada de x em ordem a t. É *pois, uma equação diferencial, cuja solução ou integral, será à função* $x = \phi$ (t) *procurada*.

O problema do cálculo de variações em causa, reduz-se, pois, à simples integração de uma equação diferencial.

4.3.4 — *As expressões particulares da função f (t)*

Fazemos seguidamente referência a dois casos particulares muito simples da função f (t) (24) dentro dos quais incluímos a nossa aplicação. Estes casos são considerados os mais usuais, pois são aqueles em que f (t) não contém explicitamente t ou x, ou ambas as variáveis.

1.º Caso — A função f (t) não contém explicitamente x. Fazendo $x' = \frac{dx}{dt}$ e tendo em conta que $\frac{\partial f}{\partial x} = 0$, a equação (27) converte-se em:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial f}{\partial x'}\right) = 0 \quad . \; . \; . \; . \quad (28)$$

e, consequentemente,

$$\frac{d}{dx'} f(t, x') = a \quad . \; . \; . \; . \quad (29)$$

Sendo a, uma constante de integração. A expressão 27 é uma equação diferencial de primeira ordem, que pode ser resolvida nos casos práticos correntes, sem dificuldade.

2.º caso — A função f (t) não contém explicitamente t. Tomando idênticamente $x' = \frac{dx}{dt}$ e diferenciando f (x, x'), tratando-a como equação de duas variáveis x e x' que dependem de t, e tendo em conta a expressão (27), obtém-se:

$$\frac{d}{dt} f(x, x') = \frac{\partial f}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial f}{\partial x'} \cdot \frac{dx'}{dt} =$$

$$= \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial f}{\partial x'}\right) x' + \frac{\partial f}{\partial x'} \cdot \frac{dx'}{dt} =$$

$$= \frac{d}{dt}\left(x', \frac{\partial f}{\partial x'}\right) \quad . \; . \; . \; . \quad (30)$$

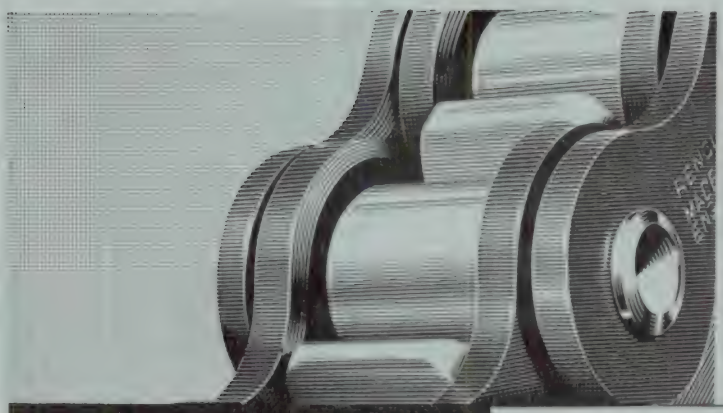
f (x, x') e x', $\frac{\partial f}{\partial x'}$ têm, pois, derivadas iguais em ordem a t, devendo diferir apenas de uma constante arbitrária:

$$f(x, x') = x' \frac{\partial}{\partial x'} f(x, x') + a \quad . \; . \quad (31)$$

A equação (31) é também diferencial de primeira ordem e contém apenas x e x'. Na maior parte dos casos práticos a sua integração, que fornecerá a função $x = \phi$ (t), obtém-se sem dificuldade.

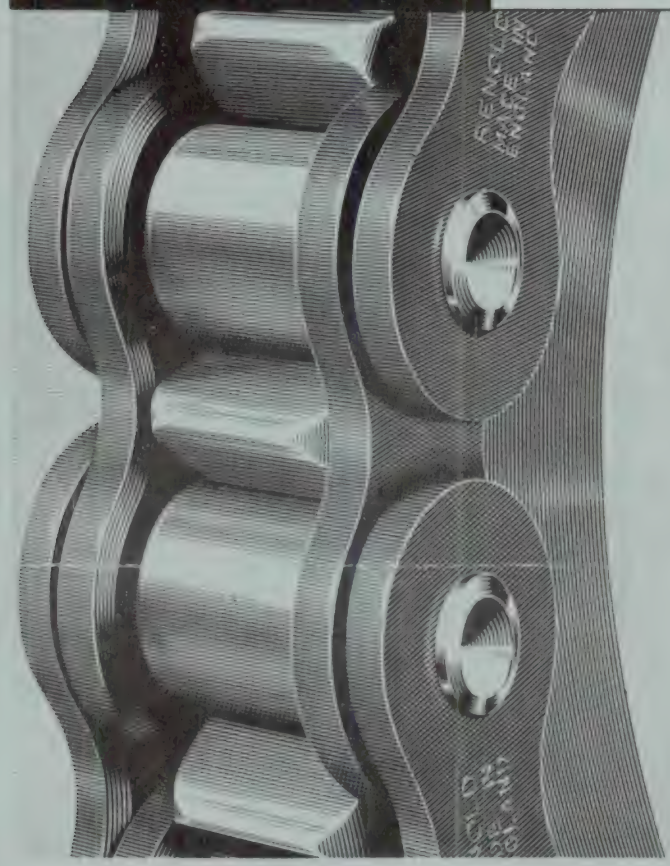
4.3.5 — *O emprego de um caso simples de função f (t)*

Como exemplo de aplicação da teoria exposta nos capítulos precedentes, e a fim de determi-



RENOLD

Correntes para transmissões de potência



Renold — os maiores fabricantes do mundo de correntes de precisão — possuem uma gama completa de correntes e rodas para transmissões até 5" de passo, incluindo transmissões normais até 190 CV em 36 diferentes relações de velocidades desde 1:1 até 8,82:1. Fornecem, também, transmissões até 4.250 CV utilizando correntes normais.

Pare informações ou fornecimentos, escreva, visite ou telefone:

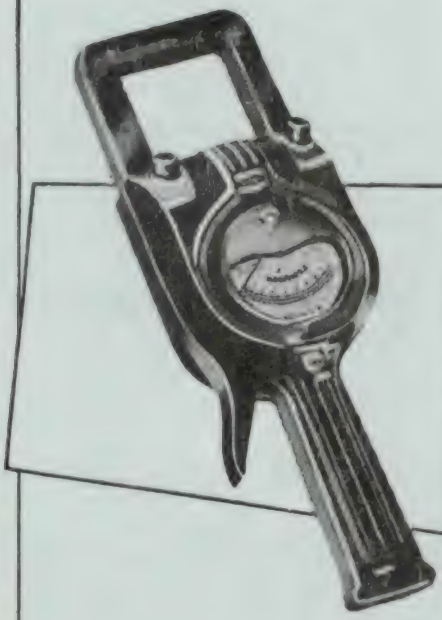
HARKER, SUMNER & Ca. Lda.

PORTO 38 Rua de Ceuta, 48
Telef: 27054-P.P.C. (4 linhas)

LISBOA 14 Largo do Corpo Santo, 18
Telef: 324823-35124

RENOLD CHAINS LIMITED · MANCHESTER · INGLATERRA

PINÇAS FERRANTI



PINÇAS VOLT — AMPERIMÉTRICAS

7 ESCALAS

EM AMPÈRES	EM VOLTS
0 – 10 AMPS.	0 – 150 V
0 – 25 »	0 – 600 »
0 – 100 »	
0 – 250 »	
0 – 1000 »	

PINÇA WATTIMÉTRICA

7 ESCALAS

0 – 3 KW
0 – 6 »
0 – 12 »
0 – 30 »
0 – 60 »
0 – 120 »
0 – 300 »

REPRESENTANTES:

C. SANTOS, S. A. R. L.

29, AVENIDA DA LIBERDADE, 41 — LISBOA

DIVISÃO MARÍTIMA E INDUSTRIAL
AVENIDA DA LIBERDADE, 29-41 — LISBOA
160, RUA STA. CATARINA, 168 — PORTO

narmos no capítulo seguinte o valor médio do custo de manutenção $\overline{U}_M$ das hipóteses *A* e *B* apresentadas em 2., vamos supor que f (t) toma a forma da expressão do arco de uma função em coordenadas cartesianas *.

Seja então $F(x, t) = 0$ uma função qualquer, contínua e derivável, representável num sistema de eixos x, o, t, satisfazendo às condições de passagem pelos limites X_0 (x_0, t_0) e X_1 (x_1, t_1) (fig. 5).

A expressão que dá o arco elementar é

$$ds = \sqrt{dx^2 + dt^2} \quad . \; . \; . \; . \quad (32)$$

ou, por transformação,

$$ds = \sqrt{1 + \left(\frac{dx}{dt}\right)^2}\, dt \quad . \; . \; . \; . \quad (33)$$

Vamos tomar para expressão de f (t) dt a equação (33).

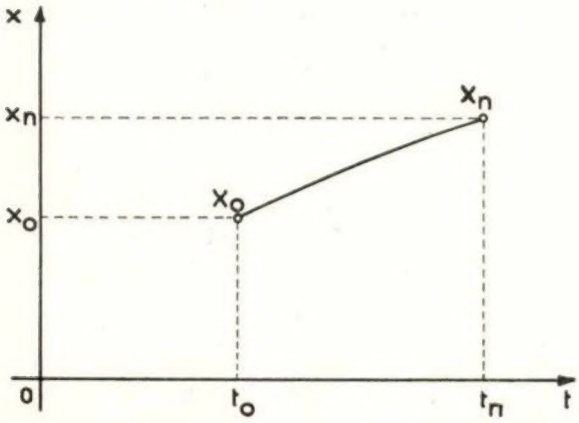


Fig. 5 — Representação gráfica da equação F (x, t) passando pelos limites x_0 e x_n

$$f\left(t, \frac{dx}{dt}\right) = \sqrt{1 + \left(\frac{dx}{dt}\right)^2} \quad . \; . \quad (34)$$

Trata-se pois, de determinar a forma de ϕ (t) que a partir de (33), confira a U_M, o valor de mínimo, calculado através de (11).

Em função de 4.3.4. é válida a equação (29), visto que a equação (33) não contém explìcitamente x; como $x' = \frac{dx}{dt}$ e $\frac{\partial f}{\partial x} = 0$, pela equação de Euler (1.° caso), tem-se:

$$\frac{d}{dx'} f(t, x') = a \quad . \; . \; . \; . \quad (35)$$

e

$$\frac{d}{dx'}\left(\sqrt{1 + \left(\frac{dx}{dt}\right)^2}\right) = a \quad . \; . \quad (36)$$

de onde

$$\frac{x'}{\sqrt{1 + x'^2}} = a \quad . \; . \; . \; . \quad (37)$$

e, por transformações sucessivas:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{a}{\sqrt{1 - a^2}} = K \quad . \; . \; . \quad (38)$$

Sendo *K* uma constante dependente de *a*, também quantidade constante.

Integrando as diferenciais,

$$dx = K \int dt + c^{te} \quad . \; . \; . \; . \quad (39)$$

obtém-se:

$$x = Kt + b \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (40)$$

tendo *b*, o carácter de constante.

A expressão (40), é pois, a forma que tomará $x = \phi(t)$ quando f (t) é a equação do arco da função considerada. Os valores das constantes *a* e *b* determinam-se a partir das condições de contorno, uma vez que são dados X_0 e X_1; tem-se então:

$$\left.\begin{aligned} x_0 &= \frac{a}{\sqrt{1 - a^2}}\, t_0 + b \\ x_1 &= \frac{a}{\sqrt{1 - a^2}}\, t_1 + b \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \quad (41)$$

A análise da equação (40) mostra-nos imediatamente que se trata de um mínimo, visto que o arco de menor comprimento unindo dois pontos X_0 e X_1 é uma recta que passa pelos pontos citados, cujo coeficiente angular é $K = \frac{a}{\sqrt{1 - a^2}}$ e tendo por ordenada na origem a constante *b*. O valor de U_M, calculado a partir de (33) será mínimo, depois de introduzidos os valores de *a* e *b* correspondentes a ϕ (t).

* A escolha desta função obedeceu de facto de ser fàcilmente manejável e de fornecer *valores de mínimo para* U_M como se pretende; no entanto, para cada caso, dever-se-á escolher para f (t) a função que for mais adequada.

O arco integral $\int_{t_0}^{t_1} ds$ é uma recta e o integral que dá U_M corresponde à área do trapézio cujas bases são respectivamente as ordenadas de X_0 e X_1 e cuja altura é o intervalo de duração da solução considerada, ou intervalo de estudo, $n = t_1 - t_0$ (fig. 6).

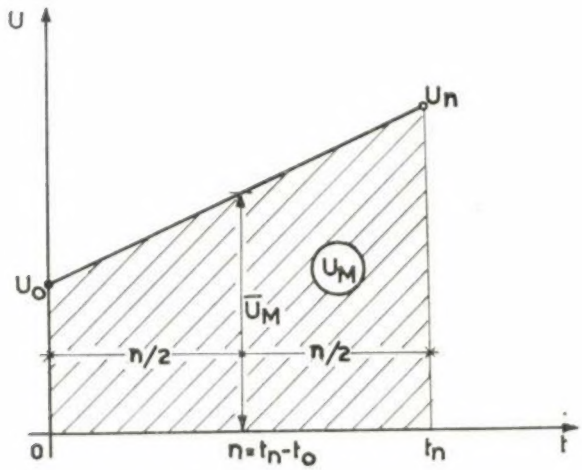


Fig. 6 — Significado gráfico dos custos de manutenção e integral de manutenção no período $n = x/t_n - t_0$ quando f (t) tem a forma da expressão do arco em coordenadas cartezianas

A área do trapézio representa pois, *o custo integral de manutenção no período n* e para determinar o *custo médio de manutenção* $\bar{U}_M$, na unidade de tempo, o ano por exemplo, teremos que dividir o custo integral por n. A expressão que dá o *custo unitário médio* de cada solução, $U_{A,B}$, será então dada por:

$$\bar{U}_{A,B\ldots} = \frac{C_{E,A,B\ldots}}{n} + \frac{U_M}{n} \quad . \; . \; . \quad (42)$$

ou

$$\bar{U}_{A,B\ldots} = \frac{C_{EA,B} + \int_{t_0}^{t_n} f(t)\,dt}{n_{A,B\ldots}} \quad . \; . \quad (43)$$

em que t_0 e t_n se referem a cada hipótese, A,B... $C_{EA,B}$ é o custo de primeiro estabelecimento de A,B... e o integral $\int_{t_0}^{t_n} f(t)\,dt$ representa o custo integral de manutenção.

Os valores de $\bar{U}_A$, $\bar{U}_B$ ... são os que interessa comparar, representando *o menor, o custo óptimo.*

4.3.6. — *Aplicação ao caso das hipóteses A e B*

A aplicação da expressão (43), às hipóteses A e B propostas em 2. é do máximo interesse e ao problema pode dar-se a interpretação gráfica da (fig. 7), admitindo para f (t) a expressão do arco em coordenadas cartesianas que une dois pontos limites X_0 e X_1.

Considerando os valores referidos a milhares de escudos e correspondentes a um km e sendo o custo de conservação relativo a um km de via por ano — ano de base 1964 * — tem-se;

Hipótese A

1.º Estabelecimento . . .	870 km^{-1}
Encargos de conservação (1.º ano).	16 km^{-1} ano^{-1}
Taxa média de agravamento	2 % ano^{-1}
Vida das travessas . . .	15 anos

De acordo com a simbologia usada no capítulo anterior, tem-se:

$$C_{EA} = 870$$
$$t_0 = 0$$
$$t_1 = 15$$
$$x_0 = 16$$
$$x_1 = 16\,(1 + 0{,}02)^{15} = 21{,}5$$
$$n = t_{15} - t_0 = 15$$

e

$$\frac{\int_0^{15} f(t)\,dt}{n} = \frac{16 + 21{,}5}{2} = 18{,}8$$

e pela expressão (42):

$$\bar{U}_A = \frac{870}{15} + 18{,}8 = \mathbf{76{,}8\ km^{-1}\ ano^{-1}}$$

Se suposermos que as travessas durarão 20 anos em vez de 15, em virtude da fixação elástica, ter-se-á:

$$\frac{\int_0^{20} f(t)\,dt}{n} = \frac{16 + 23{,}8}{2} = 19{,}9$$

* Os valores das taxas que serviram para o cálculo dos limites superiores do integral, determinaram-se com base nos elementos estatísticos recolhidos no decénio 1954-64 e resultaram dos agravamentos dos preços de mão-de-obra e materiais naquele período.

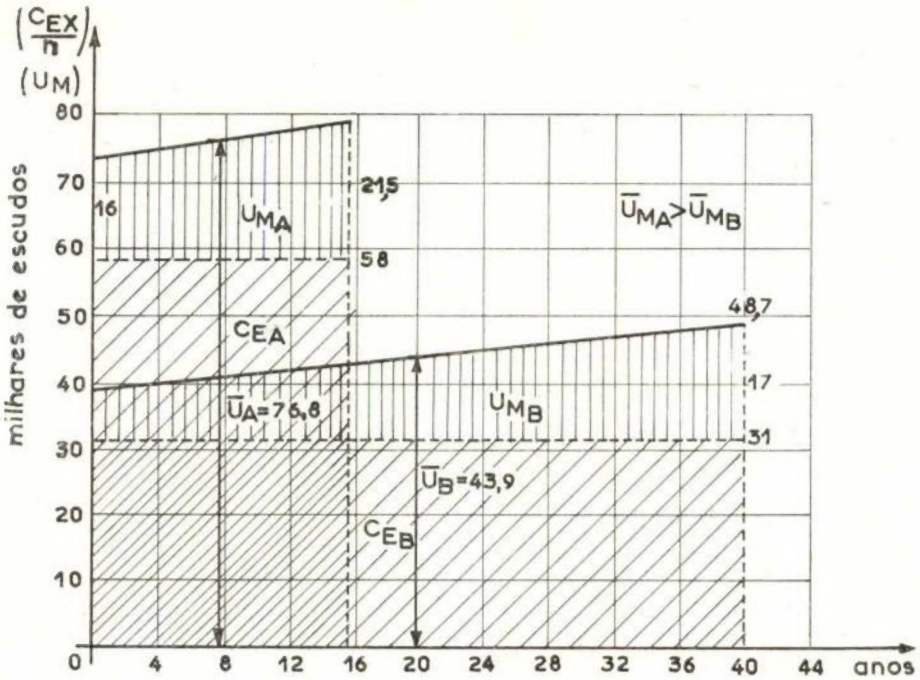


Fig. 7 — Interpretação gráfica dos custos por km de via e por ano das hipóteses A e B

e consequentemente

$$U_{A_1} = \frac{870}{20} + 19{,}9 = \mathbf{63{,}4}\ \text{km}^{-1}\ \text{ano}^{-1}$$

Admitindo que a duração será de 25 anos, ter-se á:

$$U_{A_2} = \frac{870}{25} + 21{,}1 = \mathbf{56{,}1}\ \text{km}^{-1}\ \text{ano}^{-1}$$

Hipótese B

1.º Estabelecimento . . .	1240 km^{-1}
Encargos de conservação (1.º ano), ...	8 $\text{km}^{-1}\ \text{ano}^{-1}$
Taxa média de agravamento.	2 %
Vida das travessas . . .	40 anos

Tem-se:

$$\begin{aligned} C_{EB} &= 1240 \\ t_0 &= 0 \\ t_1 &= 40 \\ x_0 &= 8 \\ x_1 &= 8 \times 1{,}02^{40} = 17{,}7 \\ n &= 40 \end{aligned}$$

$$\frac{\int_0^{40} f(t)\,dt}{n} = \frac{8 + 17{,}7}{2} = 12{,}9$$

$$\bar{U}_B = \frac{1240}{40} + 12{,}9 = \mathbf{43{,}9}\ \text{km}^{-1}\ \text{ano}^{-1}$$

Admitindo que o custo de conservação é igual ao da hipótese A, tem-se:

$$\int_0^{40} f(t)\,dt = \frac{16 + 35{,}3}{2} = 25{,}7$$

$$\bar{U}_{B_1} = \frac{1240}{40} + 25{,}7 = \mathbf{56{,}7}\ \text{km}^{-1}\ \text{ano}^{-1}$$

Admitindo que a duração das travessas de betão será apenas de 30 anos, tem-se:

$$\int_0^{30} f(t)\,dt = \frac{16 + 29}{2} = 22{,}5$$

$$\bar{U}_{B_2} = \frac{1240}{30} + 22{,}5 = \mathbf{63{,}5}\ \text{km}^{-1}\ \text{ano}^{-1}$$

e o custo *por km* e *por ano*, equivalente à solução com travessas de madeira — *Hipótese A* — obtém-se aproximadamente, prevendo que as travessas de betão durarão 22 anos e admitindo igual despesa de conservação:

$$\int_0^{22} f(t)\,dt = \frac{16 + 24{,}8}{2} = 20{,}4$$

$$U_{B_3} = \frac{1240}{22} + 20{,}4 = \mathbf{76{,}8}\ \text{km}^{-1}\ \text{ano}^{-1}$$

4.4. — *O tratamento pelo cálculo do valor actual*

4.4.1. — *Assimilação do custo global médio a um capital*

Os custos globais referentes às soluções *A* e *B* podem ser comparadas mediante o cálculo simples da valor actual, assimilando o custo global *(primeiro estabelecimento e manutenção)* por unidade de comprimento de via e durante o período de duração das travessas, a um capital que ao fim de $n = t_1 - t_0$ anos é aumentado a uma taxa de juro do tipo de capitalização anual.

O problema consiste então em determinar qual o valor actual do capital, que ao fim de *n* anos de duração da hipótese em causa, terá um valor que é função daqueles dois custos. Conhecida a taxa média *r*, o tipo de capitalização e a sua frequência — que supomos anual — o valor actual de um capital *Y*, que ao fim de *n* anos vale *X* será dado por:

$$X = Y\,(1 + r)^n \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (44)$$

de onde

$$Y = \frac{X}{(1 + r)^n} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (45)$$

Tratando separadamente os custos *de primeiro estabelecimento* $C_{EA\,B\ldots}$ da unidade de comprimento da *via e o seu custo de manutenção* $U_{MA,B\ldots}$ (materiais e mão de obra) ter-se-á para este, no último ano, um valor:

$$U_{MA,B\ldots} = U_{M_{1AB}} \times (1 + r)^n \quad . \; . \quad (46)$$

sendo $U_{M_{1A,B\ldots}}$ o custo de manutenção no primeiro ano de vida das hipóteses A, B ....

O *custo da manutenção global* nos *n* anos será dado por:

$$U^{(t)}_{M_{1A,B\ldots}} = \sum_{1}^{k} U_{M_{A,B}} (1 + r)^K \quad . \; . \quad (47)$$

sendo K (1,2... n)

Então, o valor final de um kilómetro de via, ao fim de *n* anos, será dado por:

$$X_{A,B\ldots} = C_{E_{A,B}} + \sum_{1}^{n} U_{MA,B\ldots} \quad . \; . \; . \; . \quad (48)$$

e o valor actual Y, pela expressão (45), será determinado por:

$$Y_{A,B\ldots} = \frac{C_{EA,B} + \sum_{1}^{n} U_{MA,B.}}{(1 + r)^n} \quad . \; . \quad (49)$$

Ao problema pode dar-se a interpretação gráfica da fig. 8; tal como na fig. 7 aqui definiram-se gràficamente os custos actuais das hipóteses *A* e *B*.

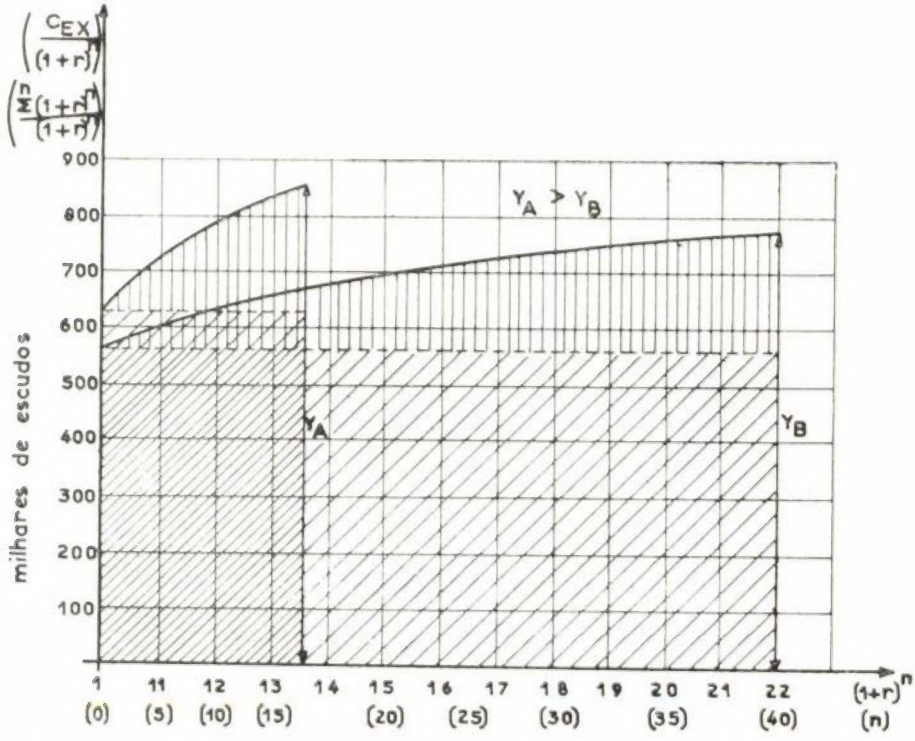


Fig. 8 — Interpretação gráfica dos valores actuais correspondentes às hipóteses A e B